

PHẦN I. TRỌNG TÂM CẦN ĐẠT

Chủ đề 1. TẬP HỢP SỐ HỮU TỈ

A. Kiến thức cần nhớ

1. Số hữu tỉ

- Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

2. Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số.

- Mọi số hữu tỉ đều có thể biểu diễn trên trục số.
- Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x .

3. So sánh hai số hữu tỉ

- Để so sánh hai số hữu tỉ, ta viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
- Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương;
- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm;
- Số hữu tỉ 0, không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.
- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương nếu a và b cùng dấu, là số hữu tỉ âm nếu a, b khác dấu, bằng 0 nếu $a = 0$.

B. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Điền các kí hiệu $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ vào ô trống cho hợp nghĩa (điền tất cả các khả năng có thể):

$$-9 \in \square; \quad 2020 \in \square; \quad \frac{9}{205} \in \square; \quad \frac{-21}{10} \in \square$$

Giải

✓ Tìm cách giải. Khi điền vào ô trống, ta căn cứ vào định nghĩa tập hợp:

- $\mathbb{N} = 0; 1; 2; 3; \dots$
- $\mathbb{Z} = \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots$
- $\mathbb{Q} = \left\{ x / x = \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$

✓ Trình bày lời giải.

- $-9 \in \mathbb{Z}; -9 \in \mathbb{Q}$
- $2020 \in \mathbb{N}; 2020 \in \mathbb{Z}; 2020 \in \mathbb{Q}$
- $\frac{9}{205} \in \mathbb{Q}$

- $-\frac{21}{10} \in \mathcal{Q}$

✓ **Nhận xét.** Chúng ta lưu ý rằng $N \subset Z \subset \mathcal{Q}$, nếu không ý thứ nhất và ý thứ hai của ví dụ dễ bị sót.

Ví dụ 2: Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-10}{2020}$. Với giá trị nào của a thì:

- a) x là số dương;
- b) x là số âm;
- c) x không là số dương cũng không là số âm.

Giải

✓ **Tìm cách giải.** Khi xác định dấu của số hữu tỉ, ta lưu ý $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương nếu a và b cùng dấu, là số hữu tỉ âm nếu a, b khác dấu. Chú ý rằng $2020 > 0$, ta có lời giải sau:

✓ **Trình bày lời giải.**

a) $x = \frac{a-10}{2020} > 0 \Leftrightarrow a-10$ và 2020 cùng dấu.

Mà $2020 > 0$ nên $a-10 > 0$ suy ra $a > 10$. Vậy với $a > 10$ thì x là số hữu tỉ dương.

b) $x = \frac{a-10}{2020} > 0 \Leftrightarrow a-10$ và 2020 khác dấu.

Mà $2020 > 0$ nên $a-10 < 0$ suy ra $a < 10$. Vậy với $a < 10$ thì x là số hữu tỉ âm.

c) x không là số dương cũng không là số âm tức là $x = 0$ hay $\frac{a-10}{2020} = 0$ suy ra $a = 10$.

Vậy với $a = 10$ thì x không là số dương cũng không là số âm.

Ví dụ 3. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $x = \frac{-25}{35}$ hay $y = \frac{444}{-777}$;

b) $x = -2\frac{1}{5}$ và $y = \frac{110}{-50}$;

c) $x = \frac{17}{20}$ và $y = 0,75$.

Giải

✓ **Tìm cách giải.** Trước khi so sánh hai số hữu tỉ, chúng ta thường thực hiện:

- Đưa các số hữu tỉ về dạng phân số tối giản;
- Quy đồng mẫu số, chú ý để mẫu số dương;
- Sau đó so sánh hai phân số.

✓ **Trình bày lời giải.**

Rút gọn ta có:

a) $x = \frac{-25}{35} = \frac{-5}{7}; y = \frac{444}{-777} = \frac{-4}{7}$ nên $x < y$

b) $x = -2\frac{1}{5} = \frac{-11}{5}; y = \frac{110}{-50} = \frac{-11}{5}$ nên $x = y$

c) $x = \frac{17}{20}$ và $y = 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{15}{20} < \frac{17}{20}$ nên $x > y$

Ví dụ 4. Viết tập hợp các số nguyên n sao cho số hữu tỉ sau có giá trị là số nguyên.

a) $\frac{7}{n-5};$

b) $\frac{n-2}{5}$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) có giá trị là số nguyên khi và chỉ khi a chia hết cho b hay $b \in U(a)$. Từ đó chúng ta có lời giải sau.

✓ *Trình bày lời giải.*

a) $\frac{7}{n-5} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n-5 \in U(7);$ mà $U(7) = \{1; 7; -1; -7\}$ suy ra bảng giá trị sau:

$n-5$	1	7	-1	-7
n	6	12	4	-2

Vậy với $n \in \{6; 12; 4; -2\}$ thì $\frac{7}{n-5}$ có giá trị là số nguyên.

b) $\frac{n-2}{5} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n-2 \vdots 5 \Leftrightarrow n-2 = 5k$ (với $k \in \mathbb{Z}$) $\Leftrightarrow n = 5k + 2$.

Vậy với $n = 5k + 2$ ($k \in \mathbb{Z}$) thì $\frac{n-2}{5}$ có giá trị là số nguyên.

Ví dụ 5. Tìm các số nguyên n để số hữu tỉ $\frac{n-21}{n+10}$ có giá trị là số nguyên.

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Đưa về ví dụ 4, bằng cách tách ra một số hạng nguyên.

✓ *Trình bày lời giải.*

$$\frac{n-21}{n+10} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n-21 \vdots n+10 \Leftrightarrow n+10 - 31 \vdots n+10$$

$$\Leftrightarrow 31 \vdots n+10 \Leftrightarrow n+10 \in U(31) \text{ mà } U(31) = \{1; 31; -1; -31\}.$$

Suy ra ta có bảng giá trị sau:

$n+10$	1	31	-1	-31
n	-9	21	-11	-41

Với $n \in \{-9; 21; -11; -41\}$ thì số hữu tỉ $\frac{n-21}{n+10}$ có giá trị là một số nguyên.

Ví dụ 6. Chứng tỏ rằng số hữu tỉ $x = \frac{3n+2}{4n+3}$ là phân số tối giản, với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Để chứng minh $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản $a, b \in \mathbb{Z}$ chúng ta chứng tỏ ƯCLN $(a; b) =$

1

✓ *Trình bày lời giải.*

Đặt ƯCLN $3n+2; 4n+3 = d$ (với $d \in \mathbb{N}$) suy ra:

$$3n+2 : d \Rightarrow 12n+8 : d$$

$$4n+3 : d \Rightarrow 12n+9 : d$$

$$\Rightarrow 12n+9 - 12n+8 : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$$

Suy ra: ƯCLN $3n+2; 4n+3 = 1$

Vậy $x = \frac{3n+2}{4n+3}$ là phân số tối giản, với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Ví dụ 7. Tìm các số hữu tỉ.

a) Có mẫu là 15, lớn hơn $\frac{-7}{10}$ và nhỏ hơn $\frac{-9}{20}$;

b) Có tử là 4, lớn hơn $\frac{2}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{6}{7}$.

Giải

a) Gọi số hữu tỉ cần tìm là $\frac{x}{15}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

Theo đề bài, ta có: $\frac{-7}{10} < \frac{x}{15} < \frac{-9}{20} \Leftrightarrow \frac{-42}{60} < \frac{4x}{60} < \frac{-27}{60}$

$$\Leftrightarrow -42 < 4x < -27$$

$$\Leftrightarrow 4x \in -40; -36; -32; -28 \Leftrightarrow x \in -10; -9; -8; -7$$

Vậy các số hữu tỉ cần tìm là: $\frac{-10}{15}; \frac{-9}{15}; \frac{-8}{15}; \frac{-7}{15}$.

b) Gọi số hữu tỉ cần tìm là $\frac{4}{y}$ với $y \in \mathbb{Z}$

Theo đề bài ta có: $\frac{2}{5} < \frac{4}{y} < \frac{6}{7} \Leftrightarrow \frac{12}{30} < \frac{12}{3y} < \frac{12}{14}$

$$\Leftrightarrow 30 > 3y > 14 \Leftrightarrow 3y \in 15; 18; 21; 24; 27 \Leftrightarrow y \in 5; 6; 7; 8; 9$$

Vậy các số hữu tỉ cần tìm là $\frac{4}{5}; \frac{4}{6}; \frac{4}{7}; \frac{4}{8}; \frac{4}{9}$.

C. Bài tập vận dụng

1. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

$$\frac{-4}{10}; \frac{8}{-12}; \frac{-10}{25}; \frac{6}{-15}; \frac{9}{-15}.$$

2. Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng phân số với mẫu số dương.

$$\frac{2}{-3}; \frac{8}{-11}; \frac{-21}{-10}$$

3. Cho ba số hữu tỉ $\frac{6}{5}; \frac{7}{-4}; \frac{2}{-3}$

a) Viết ba số hữu tỉ bằng mỗi số hữu tỉ trên và có mẫu là số dương.

b) Viết ba số hữu tỉ bằng mỗi số hữu tỉ trên và có mẫu là số dương bằng nhau.

4. Cho số hữu tỉ $x = \frac{m+10}{21}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

c) x không là số dương cũng không là số âm.

5. Cho số hữu tỉ $x = \frac{14m+10}{-2019}$. Với giá trị nào của m thì:

a) x là số dương.

b) x là số âm.

6. Viết tập hợp các số nguyên n sao cho số hữu tỉ sau có giá trị là một số nguyên.

a) $\frac{5}{n+1}$;

b) $\frac{n+6}{3}$

7. Tìm số nguyên a để số hữu tỉ $x = \frac{-2019}{a+6}$ là một số nguyên.

8. Tìm các số nguyên x để số hữu tỉ $t = \frac{3x-8}{x-5}$ có giá trị là một số nguyên.

9. Chứng tỏ số hữu tỉ $x = \frac{2n+9}{7n+31}$ là phân số tối giản, với mọi $n \in \mathbb{N}$.

10.

a) Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ $b > 0; d > 0$. Chứng minh rằng $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ khi và chỉ khi $ad < bc$.

b) Áp dụng kết quả trên, so sánh các số hữu tỉ sau: $\frac{12}{13}$ và $\frac{22}{25}$; $\frac{-6}{11}$ và $\frac{8}{-15}$.

11.

a) Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ $b > 0; d > 0$. Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

b) Hãy viết ba số hữu tỉ xen giữa hai số hữu tỉ $\frac{2}{3}$ và $\frac{3}{4}$.

12. Cho a, b, m là các số nguyên và $b > 0; m > 0$.

a) So sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$. b) So sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+m}{b+m}$.

c) So sánh $\frac{2}{7}$ và $\frac{3}{8}$; $\frac{-9}{11}$ và $\frac{-7}{9}$.

13. Cho các số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn $1 < a < b + c < a + 1$ và $b < c$. Chứng minh rằng $b < a$.

14. Tìm các số hữu tỉ:

a) Có mẫu số là 20, lớn hơn $\frac{-5}{14}$ và nhỏ hơn $\frac{-3}{14}$;

b) Có tử là 2, lớn hơn $-\frac{5}{8}$ và nhỏ hơn $-\frac{5}{12}$

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ

1. Những phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$ là $\frac{-4}{10}; \frac{-10}{25}; \frac{6}{-15}$.

2. $\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3}; \frac{8}{-11} = \frac{-8}{11}; \frac{-21}{-10} = \frac{21}{10}$

3.

a) Ba số hữu tỉ bằng mỗi số hữu tỉ trên và có mẫu là số dương.

$$\frac{6}{5} = \frac{12}{10} = \frac{18}{15} = \frac{24}{20}; \frac{7}{-4} = \frac{-7}{4} = \frac{-14}{8} = \frac{-21}{12}; \frac{2}{-3} = \frac{-2}{3} = \frac{-4}{6} = \frac{-6}{9}$$

b) Ba số hữu tỉ bằng mỗi số hữu tỉ trên và có mẫu là các số dương bằng nhau.

$$\frac{6}{5} = \frac{72}{60}; \frac{7}{-4} = \frac{-105}{60}; \frac{2}{-3} = \frac{-40}{60}$$

4.

a) $x > 0 \Leftrightarrow \frac{m+10}{21} > 0 \Leftrightarrow m+10 > 0 \Leftrightarrow m > -10$

Vậy với $m > -10$ thì số hữu tỉ x là số dương.

b) $x < 0 \Leftrightarrow \frac{m+10}{21} < 0 \Leftrightarrow m+10 < 0 \Leftrightarrow m < -10$

Vậy với $m < -10$ thì số hữu tỉ x là số âm.

c) x không là số dương cũng không là số âm

$$\Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow \frac{m-10}{21} = 0 \Leftrightarrow m-10 = 0 \Leftrightarrow m = 10$$

Vậy với $m = 10$ thì số hữu tỉ x không là số dương cũng không là số âm.

5.

a) $x > 0 \Leftrightarrow \frac{14m+10}{-2019} > 0 \Leftrightarrow 14m+10 < 0 \Leftrightarrow 14m < -10 \Leftrightarrow m < -\frac{5}{7}$

Vậy với $m < -\frac{5}{7}$ thì số hữu tỉ x là số dương.

$$b) x < 0 \Leftrightarrow \frac{14m+10}{-2019} < 0 \Leftrightarrow 14m+10 > 0 \Leftrightarrow 14m > -10 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{7}$$

Vậy với $m > -\frac{5}{7}$ thì số hữu tỉ x là số âm.

6.

$$a) \text{Ta có } \frac{5}{n+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+1 \in U(5) \text{ mà } U(5) = \{1; 5; -1; -5\}$$

Suy ra bảng giá trị sau:

$n+1$	1	5	-1	-5
n	0	4	-2	-6

$$\text{Vậy với } n \in \{0; 4; -2; -6\} \text{ thì } \frac{5}{n+1} \in \mathbb{Z}$$

$$b) \text{Ta có: } \frac{n+6}{3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+6 \vdots 3 \Leftrightarrow n \vdots 3 \Leftrightarrow n = 3k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy với } n = 3k \quad k \in \mathbb{Z} \text{ thì } \frac{n+6}{3} \in \mathbb{Z}$$

$$7. \frac{-2019}{a+6} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow a+6 \in U(-2019)$$

$$\text{Mà } U(-2019) = \{1; 3; 673; 2019; -1; -3; -673; -2019\}$$

Suy ra bảng giá trị sau:

$a+6$	1	3	673	2019	-1	-3	-673	-2019
a	-5	-3	667	2013	-7	-9	-679	-2025

$$\text{Vậy với } a \in \{-5; -3; 667; 2013; -7; -9; -679; -2025\} \text{ thì } \frac{-2019}{a+6} \text{ là một số nguyên.}$$

$$8. \frac{3x-8}{x-5} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3x-8 \vdots x-5 \Leftrightarrow 3 \cdot x-5 + 7 \vdots x-5$$

$$\Leftrightarrow 7 \vdots x-5 \Leftrightarrow x-5 \in U(7) \text{ mà } U(7) = \{1; 7; -1; -7\}$$

Suy ra bảng giá trị sau:

$x-5$	1	7	-1	-7
x	6	12	4	-2

$$\text{Vậy với } x \in \{6; 12; 4; -2\} \text{ thì } t = \frac{3x-8}{x-5} \in \mathbb{Z}$$

$$9. \text{Đặt ƯCLN } 2n+9; 7n+31 = d \quad d \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 2n+9 \vdots d \Rightarrow 14n+63 \vdots d$$

$$\Rightarrow 7n+31:d \Rightarrow 14n+62:d$$

$$\Rightarrow 14n+63 - 14n+62 :d \Rightarrow 1:d \Rightarrow d=1$$

Suy ra: ƯCLN $2n+9; 7n+31 = 1$. Vậy $x = \frac{2n+9}{7n+31}$ là phân số tối giản với mọi $n \in \mathbb{N}$.

10.

a) Quy đồng mẫu hai phân số, ta có: $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}; \frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$. Vì $b > 0, d > 0$ nên $bd > 0$, do đó:

- Nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd}$ suy ra $ad < bc$
- Nếu $ad < bc$ thì $\frac{ad}{bd} < \frac{bc}{bd}$ suy ra $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

b) Ta có: $\frac{12}{13} > \frac{22}{25}$ vì $12.25 > 13.22$

Ta có: $\frac{8}{-15} = \frac{-8}{15}$. Vì $-6.15 < 11. -8$, suy ra: $\frac{-6}{11} < \frac{-8}{15} \Rightarrow \frac{-6}{11} < \frac{8}{-15}$

11.

a) Theo bài, ta có: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, suy ra $ad < bc$ (1).

Từ (1) ta có: $ab + ad < ab + bc \Rightarrow a(b+d) < (a+c)b$ hay $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$ (2)

Mặt khác, từ (1) ta lại có: $ad + cd < bc + cd \Leftrightarrow d(a+c) < c(b+d)$ hay $\frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

b) Theo câu a) ta có:

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ suy ra } \frac{2}{3} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4};$$

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{7} \text{ suy ra } \frac{2}{3} < \frac{7}{10} < \frac{5}{7};$$

$$\frac{5}{7} < \frac{3}{4} \text{ suy ra } \frac{5}{7} < \frac{8}{11} < \frac{3}{4};$$

Vậy ta có: $\frac{2}{3} < \frac{7}{10} < \frac{5}{7} < \frac{8}{11} < \frac{3}{4}$.

12.

a) Trường hợp 1. Xét $a > b \Rightarrow ab + a > ab + b$

$$\Leftrightarrow a(b+1) > b(a+1) \Leftrightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}$$

Trường hợp 2. Xét $a < b \Rightarrow ab + a < ab + b$

$$\Leftrightarrow a \cdot b + 1 < b \cdot a + 1 \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$$

Vậy: Nếu $a > b$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}$

Nếu $a < b$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$

b) Trường hợp 1. Xét $a > b \Rightarrow ab + am > ab + bm$

$$\Leftrightarrow a \cdot b + m > b \cdot a + m \Leftrightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m}$$

Trường hợp 2. Xét $a < b \Rightarrow ab + am < ab + bm$

$$\Leftrightarrow a \cdot b + m < b \cdot a + m \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$$

c) Áp dụng câu a), ta có $2 < 7$ nên $\frac{2}{7} < \frac{2+1}{7+1} = \frac{3}{8}$

Áp dụng câu b), $7 < 9 \Rightarrow \frac{7}{9} < \frac{7+2}{9+2}$ hay $\frac{7}{9} < \frac{9}{11}$ suy ra $\frac{-7}{9} < \frac{-9}{11}$

13. Ta có $b < c$ và $b + c < a + 1 \Rightarrow 2b < a + 1$

Vì $1 < a$ nên $a + 1 < 2a \Rightarrow 2b < 2a \Rightarrow b < a$.

14.

a) Gọi số hữu tỉ cần tìm là $\frac{x}{20}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

Theo đầu bài, ta có: $\frac{-5}{14} < \frac{x}{20} < \frac{-3}{14} \Leftrightarrow \frac{-50}{140} < \frac{7x}{140} < \frac{-30}{140}$

$$\Leftrightarrow -50 < 7x < -30 \Leftrightarrow x \in \{-7; -6; -5\}$$

Vậy các số hữu tỉ cần tìm là: $\frac{-7}{20}; \frac{-6}{20}; \frac{-5}{20}$

b) Gọi số hữu tỉ cần tìm là: $\frac{2}{y}$ với $y \in \mathbb{Z}, y \neq 0$.

Theo đầu bài, ta có: $\frac{-5}{8} < \frac{2}{y} < \frac{-5}{12} \Leftrightarrow \frac{-5}{8} < \frac{-2}{-y} < \frac{-5}{12}$

$$\Leftrightarrow \frac{-10}{16} < \frac{-10}{-5y} < \frac{-10}{24} \Leftrightarrow 16 < -5y < 24 \Leftrightarrow y = -4$$

Vậy số hữu tỉ cần tìm là: $-\frac{2}{4}$

A. Kiến thức cần nhớ

1. Với $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ $a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$ ta có:

$$x + y = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}; x - y = \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

2. Với $x = \frac{a}{b}; y = \frac{c}{d}$ ta có:

$$x \cdot y = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; x : y = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \text{ (với } y \neq 0).$$

3. Các phép toán trong $\mathbb{Q}$ cũng có những tính chất giao hoán, kết hợp và phân phối của phép nhân đối với phép cộng như trong tập hợp $\mathbb{Z}$. Ngoài ra các quy tắc bỏ dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế cũng như trong tập hợp $\mathbb{Z}$.

B. Một số ví dụ

Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính:

a) $\frac{1}{18} - \left(-\frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right);$

b) $\frac{1}{2} - \frac{-1}{3} + \frac{1}{23} + \frac{1}{6};$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Khi thực hiện các phép tính chỉ có phép cộng và trừ, ta có thể thực hiện trong ngoặc trước, thực hiện từ trái qua phải. Tuy nhiên nếu có nhiều dấu (-) ta có thể giảm bớt dấu (-) bằng cách bỏ ngoặc. Ngoài ra có thể dùng tính chất giao hoán và kết hợp nhằm giải bài toán được nhanh hơn.

✓ *Trình bày lời giải.*

a) $\frac{1}{18} - \left(-\frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{18} + \frac{2}{18} + \frac{3}{18} + \frac{6}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3};$

b) $\frac{1}{2} - \frac{-1}{3} + \frac{1}{23} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{23} + \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{23} = 1 + \frac{1}{23} = 1\frac{1}{23}$

Ví dụ 2. Thực hiện các phép tính

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{13}{14} \right) : \frac{5}{7} - \left(-\frac{2}{21} + \frac{1}{7} \right) : \frac{5}{7};$

b) $\left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{13} \right) : \frac{2}{7} - \left(2\frac{1}{4} - \frac{8}{13} \right) : \frac{2}{7}$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Vì phép chia là phép nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia nên ta có thể vận dụng tính chất phân phối:

$$a : m + b : m = a + b : m$$

$$a : m - b : m = a - b : m$$

✓ *Trình bày lời giải*

$$a) \left(\frac{1}{2} - \frac{13}{14} + \frac{2}{21} - \frac{1}{7} \right) : \frac{5}{7} = -\frac{10}{21} \cdot \frac{7}{5} = \frac{-2}{3}$$

$$b) \left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{13} - 2\frac{1}{4} + \frac{8}{13} \right) : \frac{2}{7} = -2 \cdot \frac{7}{2} = -7$$

Ví dụ 3. Tìm x .

$$a) \frac{1}{2}x + \frac{3}{5}x = \frac{-3}{65}; b) \left(\frac{2}{9}x - \frac{4}{9} \right) \left(\frac{1}{3} + \frac{-4}{7} : x \right) = 0;$$

$$c) \frac{x+5}{2015} + \frac{x+6}{2014} + \frac{x+7}{2013} + \frac{x+8}{2012} + \frac{x+9}{2011} = -5;$$

$$d) \frac{x+2}{338} + \frac{x+3}{337} + \frac{x+4}{336} + \frac{x+5}{335} + \frac{x+360}{5} = 0.$$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Khi tìm x ta có thể vận dụng các tính chất sau:

- $ax + bx = a + b \cdot x$
- $\frac{k}{a} = k \cdot \frac{1}{a}$ nên $\frac{k}{a} + \frac{k}{b} + \frac{k}{c} = k \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$
- $A \cdot B = 0$ thì $A = 0$ hoặc $B = 0$

✓ *Trình bày lời giải.*

$$a) \frac{1}{2}x + \frac{3}{5}x = \frac{-3}{65} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \right) \cdot x = \frac{-3}{65} \Rightarrow \frac{11}{10} \cdot x = \frac{-3}{65} \Rightarrow x = \frac{-3}{65} : \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6}{143}$$

$$b) \left(\frac{2}{9}x - \frac{4}{9} \right) \left(\frac{1}{3} + \frac{-4}{7} : x \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{9}x - \frac{4}{9} = 0 \text{ hoặc } \frac{1}{3} + \frac{-4}{7} : x = 0 \text{ suy ra}$$

$$\frac{2}{9}x = \frac{4}{9} \text{ hoặc } \frac{-4}{7} : x = \frac{-1}{3} \Rightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = \frac{12}{7}.$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ 2; \frac{12}{7} \right\}$$

$$c) \frac{x+5}{2015} + 1 + \frac{x+6}{2014} + 1 + \frac{x+7}{2013} + 1 + \frac{x+8}{2012} + 1 + \frac{x+9}{2011} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2020}{2015} + \frac{x+2020}{2014} + \frac{x+2020}{2013} + \frac{x+2020}{2012} + \frac{x+2020}{2011} = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2020 \cdot \left(\frac{1}{2015} + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2013} + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2011} \right) = 0$$

$$\text{Vì } \frac{1}{2015} + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2013} + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2011} > 0 \text{ nên } x + 2020 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2020$$

$$d) \frac{x+2}{338} + 1 + \frac{x+3}{337} + 1 + \frac{x+4}{336} + 1 + \frac{x+5}{335} + 1 + \frac{x+360}{5} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+340}{338} + \frac{x+340}{337} + \frac{x+340}{336} + \frac{x+340}{335} + \frac{x+340}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 340 \left(\frac{1}{338} + \frac{1}{337} + \frac{1}{336} + \frac{1}{335} + \frac{1}{5} \right) = 0$$

$$\text{Mà } \frac{1}{338} + \frac{1}{337} + \frac{1}{336} + \frac{1}{335} + \frac{1}{5} \neq 0. \text{ Suy ra } x = -340.$$

Ví dụ 4. Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Đối với dạng toán này, chúng ta chú ý $ab = k$ $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ thì $a \in U(k)$, $b \in U(k)$.

Do vậy chúng ta quy đồng mẫu số, chuyển x, y về một vế, vế còn lại là một số nguyên.

✓ *Trình bày lời giải.*

$$\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{8} - \frac{y}{4} \Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{1-2y}{8} \Leftrightarrow 1-2y \cdot x = 40$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1-2y$ là ước lẻ của 40 mà ước lẻ của 40 là: 1; 5; -1; -5 nên ta có bảng giá trị:

$1-2y$	1	5	-1	-5
y	40	8	-40	-8

Từ đó suy ra $x, y \in \{40; 0, 8; -2, -40; 1, -8; 3\}$

Ví dụ 5. Rút gọn biểu thức:

$$a) A = \frac{5 - \frac{5}{13} + \frac{5}{19} - \frac{5}{27}}{11 - \frac{11}{3} + \frac{11}{19} - \frac{11}{27}} + \frac{\frac{6}{101} + \frac{6}{123} - \frac{6}{134}}{\frac{1}{101} + \frac{1}{123} - \frac{1}{134}};$$

$$b) B = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{39} + \frac{1}{51}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}}$$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Những biểu thức phức tạp, nếu thực hiện theo thứ tự sẽ dài và có thể dẫn đến sai lầm. Quan sát kỹ, ta thấy có những phần giống nhau cả số và dấu vì vậy ta nên vận dụng tính chất phân phối

$$\frac{k}{a} + \frac{k}{b} + \frac{k}{c} = k \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \text{ để rút gọn.}$$

✓ *Trình bày lời giải.*

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } A &= \frac{5 - \frac{5}{13} + \frac{5}{19} - \frac{5}{27}}{11 - \frac{11}{3} + \frac{11}{19} - \frac{11}{27}} + \frac{\frac{6}{101} + \frac{6}{123} - \frac{6}{134}}{\frac{11}{101} + \frac{11}{123} - \frac{11}{134}} \\ &= \frac{5 \left(1 - \frac{1}{13} + \frac{1}{19} - \frac{1}{27} \right)}{11 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{19} - \frac{1}{27} \right)} + \frac{6 \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{123} - \frac{1}{134} \right)}{11 \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{123} - \frac{1}{134} \right)} \\ \Rightarrow A &= \frac{5}{11} + \frac{6}{11} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{b) Ta có: } B = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{39} + \frac{1}{51}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}} = \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{13} + \frac{1}{17} \right)}{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{13} + \frac{1}{17} \right)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$$

Ví dụ 6. Cho 2021 số nguyên dương $a_1; a_2; \dots; a_{2021}$ thỏa mãn:

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} = 1011$. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 2 trong số 2021 số nguyên dương đã cho bằng nhau.

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Dạng toán này chúng ta không chỉ ra được cụ thể từng minh đó là hai giá trị nào, mà chỉ cần chỉ ra tồn tại ít nhất hai số trong các số đã cho bằng nhau mà thôi. Đối với dạng toán này thông thường chúng ta dùng phương pháp phản chứng:

- *Bước 1.* Phủ định kết luận. Tức là giả sử không có hai số nguyên dương nào bằng nhau.
- *Bước 2.* Lập luận logic, chứng tỏ mâu thuẫn với đề bài đã cho hoặc một điều hiển nhiên.
- *Bước 3.* Chứng tỏ giả sử là sai. Vậy kết luận của đề bài là đúng.

✓ *Trình bày lời giải.*

Giả sử trong 2021 số nguyên dương $a_1; a_2; \dots; a_{2021}$ thỏa mãn: không có hai số nào bằng nhau.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2021}$$

$$< 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + 1010 = 1011 \text{ mâu thuẫn với đề bài.}$$

Vậy có ít nhất 2 trong số 2021 số nguyên dương đã cho bằng nhau

✓ **Nhận xét.** Trong lời giải bài toán trên, sau khi giả sử 2021 số nguyên dương khác nhau chúng ta đã so sánh chúng với 2021 số nguyên dương nhỏ nhất. Từ đó nhận thấy 2021 số nguyên dương nhỏ nhất cũng không thỏa mãn đầu bài. Suy ra 2021 số nào đó cũng không thỏa mãn đề bài và dẫn đến mâu thuẫn với giả thiết.

Ví dụ 7. Cho $a+b+c=2070$ và $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{1}{90}$

Tính giá trị: $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Với điều kiện đề bài, chúng ta không thể tính được giá trị của a, b, c . Do vậy chúng ta cần biến đổi S nhằm xuất hiện $a+b+c$ và $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$. Quan sát kỹ chúng ta thấy

phần kết luận $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$, mỗi phân số đều có tổng tử và mẫu bằng nhau và bằng $a+b+c$. Do đó chúng ta cộng mỗi phân số với 1, và có lời giải sau:

✓ *Trình bày lời giải.*

$$\text{Ta có } S = \frac{a}{b+c} + 1 + \frac{b}{c+a} + 1 + \frac{c}{a+b} + 1 - 3$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{a+b+c}{c+a} + \frac{a+b+c}{a+b} - 3$$

$$\Leftrightarrow S = a+b+c \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) - 3$$

$$\Leftrightarrow S = 2070 \cdot \frac{1}{90} - 3 = 23 - 3 = 20$$

Ví dụ 8. Tìm x , biết:

a) $x-1 \quad x-2 > 0$;

b) $2x-4 \quad 9-3x > 0$

Giải

✓ *Tìm cách giải.* Đối với dạng toán này chúng ta chú ý kiến thức sau:

- $AB > 0 \Leftrightarrow A$ và B cùng dấu.
- $AB < 0 \Leftrightarrow A$ và B khác dấu.

✓ *Trình bày lời giải*

a) $x-1 \quad x-2 > 0 \Leftrightarrow x-1$ và $x-2$ cùng dấu.

mà $x-2 < x-1$ nên suy ra: $x-2 > 0$ hoặc $x-1 < 0 \Leftrightarrow x > 2$ hoặc $x < 1$.

Vậy với $x > 2$ hoặc $x < 1$ thì $x-1 \quad x-2 > 0$

b) $2x-4$ và $9-3x$ cùng dấu, nên ta có trường hợp sau:

- *Trường hợp 1:* $\begin{cases} 2x-4 > 0 \\ 9-3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 4 \\ 3x > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$;

- Trường hợp 2: $\begin{cases} 2x-4 < 0 \\ 9-3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 3x > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$ loại.

Vậy với $2 < x < 3$ thì $2x-4 \quad 9-3x > 0$

✓ **Nhận xét.** Ngoài cách giải trên của câu b, chúng ta có thể lập luận theo cách sau:

$$2x-4 \quad 9-3x > 0 \Leftrightarrow -6 \quad x-2 \quad x-3 > 0 \Leftrightarrow x-2 \quad x-3 < 0$$

$\Leftrightarrow x-2$ và $x-3$ khác dấu.

Mà $x-3 < x-2$ nên suy ra: $x-2 > 0$ và $x-3 < 0 \Leftrightarrow x > 2$ và $x < 3$.

Vậy với $2 < x < 3$ thì $2x-4 \quad 9-3x > 0$

Ví dụ 9. Chứng tỏ rằng:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}$$

Giải

Xét về trái, ta có: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200}$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200} \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - 1 - \frac{1}{2} - \dots - \frac{1}{100}$$

$$= \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}.$$

Vế trái bằng vế phải; Điều phải chứng minh.

✓ **Nhận xét.** Nếu vận dụng so sánh số hữu tỷ, ta có:

$$= \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} > \frac{1}{200} + \frac{1}{200} + \dots + \frac{1}{200} = \frac{1}{2}. \text{ Từ đó bạn có thể giải được bài toán sau:}$$

Chứng tỏ rằng:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} > \frac{1}{2}$$

C. Bài tập vận dụng

1. Viết số hữu tỉ $-\frac{14}{45}$ thành:

a) tích của hai số hữu tỉ theo sáu cách khác nhau.

b) thương của hai số hữu tỉ theo sáu cách khác nhau.

2. Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể).

a) $\left(5 + \frac{1}{5} - \frac{2}{9} \right) - \left(2 - \frac{1}{23} - 2\frac{3}{35} + \frac{5}{6} \right) - \left(8 + \frac{2}{7} - \frac{1}{18} \right);$

b) $\frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{64} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15};$

$$c) -\frac{5}{7} - \left(-\frac{5}{67}\right) + \frac{13}{30} + \frac{1}{2} + \left(-1\frac{5}{6}\right) + 1\frac{3}{14} - \left(-\frac{2}{5}\right);$$

$$d) \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6}\right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1\frac{1}{15}\right);$$

$$e) \frac{7}{13} \cdot \frac{5}{9} - \frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{2}{13}\right) - \frac{5}{9} \cdot \frac{18}{13}.$$

3. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) D = \left[\frac{-54}{64} - \left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27}\right) : \frac{-1}{3} \right] : \frac{-81}{128}; \quad b) E = \left[\frac{193}{-17} \left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) + \frac{11}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right].$$

$$4. \text{ Rút gọn: } A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right).$$

(Đề thi chọn học sinh giỏi môn Toán, lớp 7, tỉnh Bắc Giang, năm học 2012 - 2013)

5. Tìm x , biết:

$$a) \frac{3}{5} + x = -\frac{7}{13};$$

$$b) \frac{3}{2} - \left(x - \frac{5}{6}\right) = \frac{8}{9};$$

$$c) 4x - 9 \left(2,5 + \frac{-7}{3}x \right) = 0;$$

$$d) \frac{x+5}{2015} + \frac{x+6}{2014} = \frac{x+7}{2013} + \frac{x+8}{2012}.$$

6. Tính:

$$P = 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 + 2 + \frac{1}{3} \cdot 1 + 2 + 3 + \frac{1}{4} \cdot 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + \frac{1}{16} \cdot 1 + 2 + 3 + \dots + 16$$

7. Tìm giá trị nguyên dương của x và y , sao cho: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

8. Tìm số nguyên x, y biết:

$$a) \frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{y}{3};$$

$$b) \frac{x}{6} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2};$$

$$c) \frac{x}{4} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4}.$$

9. Tính tổng $M = x + y + z$, biết:

$$\frac{19}{x+y} + \frac{19}{y+z} + \frac{19}{z+x} = \frac{7x}{y+z} + \frac{7y}{z+x} + \frac{7z}{x+y} = \frac{133}{10}$$

10. Tìm các số hữu tỉ x, y, z thỏa mãn: $x + y = \frac{1}{2}; y + z = \frac{1}{3}; z + x = \frac{1}{6}$

11. Cho biểu thức $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$. Chứng minh rằng:

$$a) A = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100};$$

$$b) \frac{7}{12} < A < \frac{5}{6}$$

$$12. \text{ Đặt } A = \frac{1}{1011} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019} \right) \quad \text{và} \quad B = \frac{1}{1010} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} \right)$$

So sánh A và B.

15. Cho 100 số tự nhiên $a_1; a_2; \dots; a_{100}$ thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{100}} = \frac{101}{2}$.

Chứng minh rằng ít nhất hai trong 100 số tự nhiên trên bằng nhau.

16. Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $0 \leq a \leq b+1 \leq c+2$ và $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ

1.

$$a) \frac{-17}{60} = \frac{-1}{30} + \frac{-1}{4} = \frac{-1}{20} + \frac{-7}{30} = \frac{-1}{12} + \frac{-1}{5}$$

$$b) \frac{-17}{60} = \frac{-1}{3} - \left(-\frac{1}{20}\right) = \frac{-11}{30} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{-1}{2} - \left(-\frac{13}{60}\right)$$

$$c) \frac{-17}{60} = \frac{-1}{3} + \frac{1}{20} = \frac{-2}{15} + \frac{7}{60} = \frac{-9}{20} + \frac{1}{6}$$

$$d) \frac{-17}{60} = \frac{-1}{6} - \frac{7}{60} = \frac{-2}{5} - \frac{1}{12} = \frac{-1}{4} - \frac{1}{30}$$

2.

$$\begin{aligned} a) & 5 + \frac{1}{5} - \frac{2}{9} - 2 + \frac{1}{23} + 2\frac{3}{35} - \frac{5}{6} - 8 - \frac{2}{7} + \frac{1}{18} \\ &= 5 - 2 + 2 - 8 + \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{35} - \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{1}{18} - \frac{2}{9} - \frac{5}{6}\right) + \frac{1}{23} \\ &= -3 + 0 - 1 + \frac{1}{23} = -3\frac{22}{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{64} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15} \\ &= \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{9} + \frac{1}{36}\right) + \frac{1}{64} = 1 - 1 + \frac{1}{64} = \frac{1}{64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) & -\frac{5}{7} + \frac{5}{67} + \frac{13}{30} + \frac{1}{2} - 1\frac{5}{6} + 1\frac{3}{14} + \frac{2}{5} \\ &= \left(\frac{13}{30} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{5}\right) + 1 - 1 + \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{7}\right) + \frac{5}{67} \\ &= \frac{1}{2} + 0 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{67} = \frac{5}{67} \end{aligned}$$

$$d) \frac{3}{5} : \frac{-7}{30} + \frac{3}{5} : \frac{-7}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{-30}{7} + \frac{3}{5} \cdot \frac{-5}{7} = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-30}{7} + \frac{-5}{7}\right) = \frac{3}{5} \cdot (-5) = -3$$

$$e) \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{7}{13} + \frac{2}{13} - \frac{18}{13}\right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{-9}{13} = \frac{-5}{13}$$

3.

$$a) D = \left[-\frac{27}{32} - \left(\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{8} \right) : \frac{-1}{3} \right] : \frac{-81}{128}$$

$$D = \left[-\frac{27}{32} - \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{-1} \right] : \frac{128}{-81}$$

$$D = \left[\frac{-27}{32} + \frac{9}{8} \right] : \frac{128}{-81}$$

$$D = \left[\frac{-27+36}{32} \cdot \frac{128}{-81} \right] = \frac{9}{32} \cdot \frac{128}{-81} = \frac{-4}{9}$$

$$b) E = \left[\frac{193}{-17} \left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) + \frac{11}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$$

$$E = \left[\frac{-2}{17} + \frac{3}{34} + \frac{11}{34} \right] : \left[\frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} \right]$$

$$E = \left[\frac{-2}{17} + \frac{7}{17} \right] : \left[\frac{14}{50} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} \right]$$

$$E = \frac{5}{17} : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right] = \frac{5}{17} : 5 = \frac{1}{17}$$

$$4. A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right)$$

$$A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{12}{10} : \frac{11}{12} = \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

5.

$$a) x = \frac{-7}{13} - \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = \frac{-35}{65} - \frac{39}{65} = \frac{-74}{65}$$

$$b) \frac{3}{2} - x + \frac{5}{6} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{8}{9} = x \Leftrightarrow x = \frac{27}{18} + \frac{15}{18} - \frac{16}{18} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$$

$$c) 4x - 9 = 0 \text{ hoặc } 2,5 + \frac{-7}{3} = 0$$

$$\text{suy ra } 4x = 9 \text{ hoặc } \frac{-7}{3} \cdot x = -2,5$$

$$x = \frac{9}{4} \text{ hoặc } x = \frac{-5}{2} : \frac{-7}{3} = \frac{15}{14}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{9}{4}; \frac{15}{14} \right\}$$

$$d) \frac{x+5}{2015} + 1 + \frac{x+6}{2014} + 1 = \frac{x+7}{2013} + 1 + \frac{x+8}{2012} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2020}{2015} + \frac{x+2020}{2014} = \frac{x+2020}{2013} + \frac{x+2020}{2012}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2020}{2015} + \frac{x+2020}{2014} - \frac{x+2020}{2013} - \frac{x+2020}{2012} = 0$$

$$\Leftrightarrow x+2020 \left(\frac{1}{2015} + \frac{1}{2014} - \frac{1}{2013} - \frac{1}{2012} \right) = 0$$

Mà $\frac{1}{2015} + \frac{1}{2014} - \frac{1}{2013} - \frac{1}{2012} < 0$ nên $x+2020=0$ hay $x=-2020$

6. Theo công thức: $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

Suy ra: $P = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2.3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3.4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4.5}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{16.17}{2}$

$$P = 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{17}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} (1+2+3+\dots+17) - \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{17.18}{2} - \frac{1}{2} = 76$$

7. Vì x và y có vai trò như nhau, không giảm tính tổng quát, giả sử

$$x \geq y \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{2}{y} \Leftrightarrow y \leq 10$$

Mặt khác $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{y} < \frac{1}{5} \Leftrightarrow y > 5 \Rightarrow 5 < y \leq 10 \Rightarrow y \in \{6; 7; 8; 9; 10\}$

+ Với $y=6 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30} \Rightarrow x=30$

+ Với $y=7 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{7} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{3}{35}$ loại.

+ Với $y=8 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{8} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{3}{40}$ loại.

+ Với $y=9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{9} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{9} = \frac{4}{45}$ loại.

+ Với $y=10 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \Rightarrow x=10$

Vậy cặp $x; y$ là $30; 6$; $6; 30$; $10; 10$

8.

a) $\frac{1}{x} = \frac{1+2y}{6} \Leftrightarrow x(1+2y) = 6$

vì $x; y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1+2y$ là ước lẻ của 6 mà ước lẻ của 6 là: 1; 3; -1; -3 nên ta có bảng giá trị

$1+2y$	1	3	-1	-3
--------	---	---	----	----

X	6	2	-6	-2
-----	---	---	----	----

Từ đó suy ra $x; y \in 6; 0, 2; 1, -6; -1, -2; -2$

$$b) \frac{x}{6} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{x-3}{6} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow x-3 \cdot y = 6$$

$\Rightarrow x-3$ và y là ước của 6, mà $U(6) = 1; 2; 3; 6; -1; -2; -3; -6$

Từ đó ta có bảng sau:

$x-3$	1	2	3	6	-1	-2	-3	-6
y	6	3	2	1	-6	-3	-2	-1

Từ đó suy ra $x; y \in 4; 6, 5; 3, 6; 2, 9; 1, 2; -6, 1; -3, 0; -2, -3; -1$

$$c) \frac{x}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{x-3}{4} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow x-3 \cdot y = 4$$

$\Rightarrow x-3$ và y là ước của 4, mà $U(4) = 1; 2; 4; -1; -2; -4$ nên ta có bảng giá trị:

$x-3$	1	2	4	-1	-2	-4
y	4	2	1	-4	-2	-1

Từ đó suy ra $x; y \in 4; 4, 5; 2, 7; 1, 2; -4, 1; -2, -1; -1$

$$9. \text{ Từ đề bài suy ra: } \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = \frac{133}{10} : 19 = \frac{7}{10}$$

$$\text{Từ đề bài, ta có: } \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = \frac{133}{10} : 7$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = \frac{19}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y+z} + 1 + \frac{y}{z+x} + 1 + \frac{z}{x+y} + 1 = \frac{19}{10} + 3$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z}{y+z} + \frac{x+y+z}{z+x} + \frac{x+y+z}{x+y} = \frac{49}{10}$$

$$\Rightarrow x+y+z \left(\frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} + \frac{1}{x+y} \right) = \frac{49}{10}$$

$$x+y+z \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{10} \Rightarrow x+y+z = 7 \text{ hay } M = 7$$

10. Ta có:

$$x+y + y+z + z+x = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Leftrightarrow 2 \cdot x+y+z = 1 \Leftrightarrow x+y+z = \frac{1}{2}$$

Suy ra: $\frac{1}{2} + z = \frac{1}{2} \Rightarrow z = 0$ mà: $y + z = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}; z + x = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$

Vậy $x; y; z = \left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; 0\right)$.

11. a) Xét biểu thức ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100} - 1 - \frac{1}{2} - \dots - \frac{1}{50} \\ &= \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100} \end{aligned}$$

Vế trái bằng vế phải. Điều phải chứng minh.

b) Ta có:

$$\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100} < \underbrace{\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{50}\right)}_{25 \text{ phân số}} + \underbrace{\left(\frac{1}{75} + \frac{1}{75} + \dots + \frac{1}{75}\right)}_{25 \text{ phân số}}$$

$$\text{Hay } A < \frac{25}{50} + \frac{25}{75} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow A < \frac{5}{6} \quad (1)$$

$$\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100} > \underbrace{\left(\frac{1}{75} + \frac{1}{75} + \dots + \frac{1}{75}\right)}_{25 \text{ phân số}} + \underbrace{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100}\right)}_{25 \text{ phân số}}$$

$$\text{Hay } A > \frac{25}{75} + \frac{25}{100} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \Rightarrow A > \frac{7}{12} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $\frac{7}{12} < A < \frac{5}{6}$. Điều phải chứng minh.

12. Đặt 100 số hữu tỉ đó là $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{100}$

a) Theo đề bài ta có: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 < 0 \Rightarrow$ trong ba số $a_1; a_2; a_3$ tồn tại ít nhất một số âm.

Giả sử $a_1 < 0$

Xét $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{100} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \dots a_{98} \cdot a_{99} \cdot a_{100}$

Ta có: $a_1 < 0$ theo đề bài: $a_2 a_3 a_4 < 0; a_5 a_6 a_7 < 0; \dots; a_{98} a_{99} a_{100} < 0$

(có 33 nhóm) nên $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \dots a_{98} \cdot a_{99} \cdot a_{100} > 0$

b) Theo đề bài ta có $a_2 a_3 a_4 < 0 \Rightarrow$ trong ba số $a_2; a_3; a_4$ tồn tại ít nhất một số âm.

Giả sử $a_2 < 0$. Xét $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 < 0$ mà $a_1 a_2 > 0$ nên $a_3 < 0$

Xét $a_1.a_2.a_k < 0$ với $k = \overline{4,100}$ mà $a_1.a_2 > 0 \Rightarrow a_k < 0$

Vậy tất cả 100 số đó đều là số âm.

13. Ta có:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16} + a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20} < 0$$

$$\text{Mà } a_1 > 0; a_2 + a_3 + a_4 > 0; \dots; a_{11} + a_{12} + a_{13} > 0; a_{15} + a_{16} + a_{17} > 0; a_{18} + a_{19} + a_{20} > 0 \Rightarrow a_{14} < 0$$

Cũng như vậy:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16} + a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20} < 0 \Rightarrow a_{13} + a_{14} < 0$$

$$\text{Mặt khác. } a_{12} + a_{13} + a_{14} > 0 \Rightarrow a_{12} > 0$$

Từ các điều kiện $a_1 > 0; a_{12} > 0; a_{14} < 0 \Rightarrow a_1.a_{14} + a_{14}.a_{12} < a_1.a_{12}$ (điều phải chứng minh).

$$\textbf{14. Đặt } C = 1011.A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019};$$

$$D = 1010.B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020}$$

$$\text{Ta có } C > 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2020} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020}$$

$$\Rightarrow C > \frac{1}{2} + D \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } D = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2020} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} = \frac{1010}{2}$$

$$\frac{D}{1010} < \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow C > \frac{D}{1010} + D = \frac{1011.D}{1010} \Rightarrow \frac{C}{1011} > \frac{D}{1010} \text{ hay } A > B$$

15. Giả sử trong 100 số nguyên dương $a_1; a_2; \dots; a_{100}$ thỏa mãn: Không có hai số nào bằng nhau.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{100}} \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{100}$$

$$< 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{99}{2} = \frac{101}{2} \text{ mâu thuẫn với giả thiết.}$$

Vậy có ít nhất 2 trong số 100 số nguyên dương đã cho bằng nhau.

16. Vì $0 \leq a \leq b+1 \leq c+2$ nên $a+b+c \leq c+2+c+1+c$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 3c+3 \text{ (vì } a+b+c=1) \text{ hay } 3c \geq -2 \Rightarrow c \geq -\frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của c là: } -\frac{2}{3} \text{ khi đó } a = \frac{4}{3}; b = \frac{1}{3}$$

PHẦN II. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG

Câu 1. (Đề thi HSG 7 thành phố Thái Bình 2016-2017)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$1. \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3} - \sqrt{1,8.3,2} \quad 2. \frac{2^{12}.5^5 + 4^6.25^3}{8^5.25^3 + (2^2.5)^6}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} 1. & \sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3} - \sqrt{1,8.3,2} \\ &= \sqrt{1+8+27} - \sqrt{\frac{18.32}{100}} \\ &= \sqrt{36} - \sqrt{\frac{2.9.2.16}{100}} \\ &= \sqrt{36} - \sqrt{\left(\frac{2.3.4}{10}\right)^2} \\ &= 6 - \frac{2.3.4}{10} = 6 - \frac{12}{5} = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

$$2. \frac{2^{12}.5^7 + 4^6.25^3}{8^5.25^3 + (2^2.5)^6} = \frac{2^{12}.5^7 + 2^{12}.5^6}{2^{15}.5^6 + 2^{12}.5^6} = \frac{2^{12}.5^6.(5+1)}{2^{12}.5^6.(2^3+1)} = \frac{2^{12}.5^6.6}{2^{12}.5^6.9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Câu 2. (Đề thi HSG 7 PGD Duy Xuyên)

Thực hiện phép tính sau một cách hợp lí:

$$\begin{aligned} 1/ A &= \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{7} - \frac{2}{13}} \cdot \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{16} - \frac{3}{64} - \frac{3}{256} + \frac{5}{8}}{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} \\ 2/ B &= \frac{2.5^{22} - 9.5^{21}}{25^{10}} : \frac{5.(3.7^{15} - 19.7^{14})}{7^{16} + 3.7^{15}} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} 1/ A &= \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}\right)} \cdot \frac{\frac{3}{4}\left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}\right)}{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} + \frac{5}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = 1 \\ 2/ B &= \frac{5^{21}(2.5 - 9)}{(5^2)^{10}} : \frac{5.7^{14}(3.7 - 19)}{7^{15}(7 + 3)} = 5 : \frac{1}{7} = 35 \end{aligned}$$

Câu 3. (Đề thi HSG 7 PGD Kim Thành)

Thực hiện phép tính

$$\begin{aligned} a/ A &= \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} \\ b/ A &= \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} + \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3} \end{aligned}$$

Lời giải

$$a/ A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}}$$

$$A = \frac{5 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10} \right)}{\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13}$$

$$b/ A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

Câu 4. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY)

Không dùng máy tính, hãy tính :

$$1. A = 6 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) + 12 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^2 + 18 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^3$$

$$2) B = (18.124 + 9.436.2 + 3.5310.6) : (1 + 4 + 7 + \dots + 5896).$$

Lời giải

$$1. A = 6 \left(-\frac{2}{3} \right) + 12 \left(-\frac{2}{3} \right)^2 + 18 \left(-\frac{2}{3} \right)^3 = 6 \left(-\frac{2}{3} \right) \left[1 + 2 \left(-\frac{2}{3} \right) + 3 \left(-\frac{2}{3} \right)^2 \right]$$

$$= -4 \left(1 - \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \right) = -4 \cdot 1 = -4$$

$$2. B = \underbrace{(18.124 + 9.436.2 + 3.5310.6)}_M : \underbrace{(1 + 4 + 7 + \dots + 5869)}_N$$

$$M = 18(124 + 436 + 5310) = 18.5870 ;$$

$$\text{Tổng } N \text{ có } (5869 - 1) : 3 + 1 = 1957 \text{ số hạng nên } N = \frac{(1 + 5869) \cdot 1957}{2} = \frac{5870 \cdot 1957}{2}$$

$$\Rightarrow B = M : N = \frac{2 \cdot 18.5870}{1957 \cdot 5870} = \frac{36}{1957}$$

Câu 5. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY)

$$\text{Tính: } P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012)$$

Lời giải

$$1. P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{2012} \cdot \frac{2012 \cdot 2013}{2}$$

$$= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2013}{2} = \frac{1}{2}(2+3+\dots+2013)$$

$$= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+2013-1) = \frac{1}{2} \left(\frac{2012 \cdot 2013}{2} - 1 \right) = \frac{2025077}{2}$$

Câu 6. (Đề thi HSG 7 huyện TIỀN HẢI)

Thực hiện phép tính:

$$1. A = \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^3 - 3 \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(\frac{-1}{3} - 1 \right)$$

$$2. B = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} - \frac{1}{68}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}} : 5,1(6)$$

Lời giải

$$1. A = \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^3 - 3 \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(\frac{-1}{3} - 1 \right) = \left(-\frac{2}{3} + 2 \right) : \left(\frac{-4}{3} \right) = \frac{4}{3} : \frac{-4}{3} = -1$$

$$2. B = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} - \frac{1}{68}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}} : 5,1(6) = \frac{-\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{13} + \frac{1}{17} \right)}{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{13} + \frac{1}{17} \right)} : \left(5\frac{1}{6} \right) = -\frac{4}{3} : \frac{31}{6} = -\frac{8}{31}$$

Câu 7. (Đề thi HSG 7 huyện Tĩnh Gia)

Thực hiện các phép tính sau:

$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$B = \frac{30.4^7.3^{29} - 5.14^5.2^{12}}{54.6^{14}.9^7 - 12.8^5.7^5}$$

Lời giải

$$A = \frac{5 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10} \right)}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = \frac{44}{13}$$

$$B = \frac{5.3.2.2^{14}.3^{29} - 5.2^5.7^5.2^{12}}{3^3.2.3^{14}.2^{14}.3^{14} - 3.2^2.2^{15}.7^5} = \frac{5.2^{15}.3^{30} - 5.2^{17}.7^5}{2^{15}.3^{31} - 3.2^{17}.7^5} = \frac{5(2^{15}.3^{30} - 2^{17}.7^5)}{3(2^{15}.3^{30} - 2^{17}.7^5)} = \frac{5}{3}$$

Câu 8. (Đề thi HSG 7 cấp huyện)

a) Tính: $A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1\frac{19}{60} \right) : 1\frac{23}{24}$

b) So sánh: 16^{20} và 2^{100}

Lời giải

a) Biến đổi: $A = \frac{7}{5} - \frac{47}{60} : \frac{47}{24} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = 1$

b) Biến đổi: $16^{20} = 2^{4.20} = 2^{80}$

+ Có $2^{80} < 2^{100}$ vì $(1 < 2; 80 < 100)$

Vậy $16^{20} < 2^{100}$

Câu 9. (Đề thi HSG 7 huyện Kim Thành 2016-2017)

$$\text{Tính } A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$A = \frac{5}{5} = 1$. Vậy $A = 1$

Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 10. (Đề thi HSG 7 huyện Chí Linh)

Tính giá trị biểu thức một cách hợp lí:

$$A = \left[\left(\frac{2}{201} - \frac{3}{402} \right) \cdot \frac{201}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{2017} + \frac{11}{4034} \right) \cdot \frac{2017}{25} + \frac{9}{2} \right]$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \left[\left(\frac{4}{402} - \frac{3}{402} \right) \cdot \frac{201}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{14}{4034} + \frac{11}{4034} \right) \cdot \frac{2017}{25} + \frac{9}{2} \right] \\ A &= \left[\frac{1}{402} \cdot \frac{201}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{25}{4034} \cdot \frac{2017}{25} + \frac{9}{2} \right] \\ A &= \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right] \\ A &= 1 : 5 = \frac{1}{5} = 0,2 \end{aligned}$$

Câu 11. (Đề thi HSG 7 huyện Chí Linh)

a) Viết phân số dưới dạng số thập phân: $\frac{7}{33}$

b) Viết số thập phân dưới dạng phân số tối giản: 0,3(18)

Lời giải

a) $\frac{7}{33} = 0, (21)$

b) $0,3(18) = \frac{1}{10} \cdot [3, (18)] = \frac{1}{10} \cdot [3 + 0, (18)] = \frac{1}{10} \cdot [3 + 0, (01) \cdot 18]$

$$= \frac{1}{10} \cdot \left[3 + \frac{1}{99} \cdot 18 \right] = \frac{1}{10} \cdot \left[3 + \frac{2}{11} \right] = \frac{35}{110} = \frac{7}{22}$$

Câu 12. (Đề thi HSG 7 - Thành phố Sầm Sơn - 2017 -2018)

a) $\frac{5}{7} \cdot \frac{11}{13} - \frac{4}{3} \cdot \frac{11}{13} + \frac{11}{13} \cdot \frac{9}{7}$

b) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 3^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

c) $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} - \sqrt{7}| + \sqrt{5}$

Lời giải

a) $\frac{5}{7} \cdot \frac{11}{13} - \frac{4}{3} \cdot \frac{11}{13} + \frac{11}{13} \cdot \frac{9}{7} = \frac{11}{13} \cdot \left(\frac{5}{7} - \frac{4}{3} + \frac{9}{7} \right) = \frac{11}{13} \cdot \frac{2}{3} = \frac{22}{39}$

b) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 (1-3)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

c) $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} - \sqrt{7}| + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{5}$.

Câu 13. (Đề thi HSG 7 - Thành phố SẦM SƠN - 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{7}{5} \cdot \frac{11}{13} - \frac{4}{3} \cdot \frac{11}{13} + \frac{11}{13} \cdot \frac{9}{7}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

$$C = \left(\frac{3}{5} \right)^2 \cdot 5^2 - \left(2 \frac{1}{4} \right)^3 : \left(\frac{3}{4} \right)^3 + \frac{1}{2}$$

$$D = |20 - \sqrt{27}| + |\sqrt{27} - 5| + \sqrt{5}$$

Lời giải

$$A = \frac{7}{5} \cdot \frac{11}{13} - \frac{4}{3} \cdot \frac{11}{13} + \frac{11}{13} \cdot \frac{9}{7} = \frac{11}{13} \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{4}{3} + \frac{9}{7} \right) = \frac{11}{13} \cdot \frac{142}{105} = \frac{1562}{1365}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

$$C = \left(\frac{3}{5} \right)^2 \cdot 5^2 - \left(2 \frac{1}{4} \right)^3 : \left(\frac{3}{4} \right)^3 + \frac{1}{2} = \frac{3^2}{5^2} \cdot 5^2 - \frac{9^3}{4^3} : \frac{3^3}{4^3} + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = \frac{-35}{2}$$

$$D = |20 - \sqrt{27}| + |\sqrt{27} - 5| + \sqrt{5} = 20 - \sqrt{27} + \sqrt{27} - 5 + \sqrt{5} = 15 + \sqrt{5}$$

Câu 14. (Đề thi HSG 7 - Huyện Thạch Thành - 2014 - 2015)

Tính giá trị biểu thức sau:

a) $A = (0,8 \cdot 7 + 0,8^2) \cdot \left(1,25 \cdot 7 - \frac{4}{5} \cdot 1,25 \right) + 31,64$

b) $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

Lời giải

b. $\frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = -\frac{1}{3}$

Câu 15. (Đề thi HSG 7 huyện Thạch Bàn 2016 -2017)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

$$A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$A = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] = 0$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 16. (Đề thi HSG 7 - THIỆU HÓA - 2016 - 2017)

Tính hợp lí

$$a) \frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23} \quad b) \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$$

$$c) (-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17) \quad d) \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35}$$

Lời giải

$$a) \frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23}$$

$$= \left(\frac{-7}{25} + \frac{-18}{25} \right) + \left(\frac{4}{23} + \frac{19}{23} \right) + \frac{5}{7} = \frac{-25}{25} + \frac{23}{23} + \frac{5}{7} = -1 + 1 + \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$$

$$b) \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \left(\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} + \frac{12}{19} = 1$$

$$c) (-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-25) \cdot 4 \cdot 125 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-100) \cdot (-1000) \cdot (-17) = -1700000$$

$$d) \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \left(\frac{10}{19} + \frac{9}{19} \right) - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} - \frac{2}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

Câu 17. (Đề thi HSG 7 - THIỆU HÓA - 2016 - 2017)

Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right)$.

Lời giải

$$A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right) = \frac{2016}{2017}$$

Câu 18. (Đề thi HSG 7 huyện Như Xuân 2014-2015)

$$\text{Thực hiện phép tính: } A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

Câu 19. $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}.$

Câu 20. (Đề thi HSG 7 Tỉnh Bắc Giang 2012-2013)

Rút gọn: $A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right).$

Lời giải

$$A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{12}{10} : \frac{11}{12} = \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

Câu 21. Vậy $A = \frac{72}{55}.$

Câu 22. (Đề thi HSG 7 huyện Tam Dương 2018 - 2019)

Tính giá trị biểu thức: $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2018}{2019}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2018}{2019} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2018}{2019}$$

$$A = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2018}{2019} = \left(\frac{2(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11})}{7(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11})} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2}(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5})} \right) : \frac{2018}{2019}$$

$$A = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2018}{2019} = 0$$

Câu 23. (Đề thi HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2014 - 2015)

Không dùng máy tính, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$$

Lời giải

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3\left(\frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4}\right)}{11\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4}\right)} = \frac{3}{11}$$

Câu 24. (Đề thi HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)

Thực hiện phép tính: $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)^2$

Lời giải

Câu 25. $\left[6.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3.\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2 = \left(6.\frac{1}{9} + 1 + 1 \right) : \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} + 2\right) : \frac{16}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{2}.$

Câu 26. (Đề thi HSG 7 huyện Ngọc Lăng 2014 - 2015)

Thực hiện phép tính

a) $A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}.$

b) $B = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} + \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$

Lời giải

a) $A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}}$

$$= \frac{5\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}\right)}{\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13}$$

b) $B = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3} = \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.7^3.2^3}$

Câu 27. $= \frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^5(3+1)} - \frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+2^3)} = \frac{2}{3.4} - \frac{5.(-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}.$

Câu 28. (Đề thi HSG 7 huyện Ngọc Lăng 2014 - 2015)

$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$

Lời giải

Ta có $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$

$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2014}{2015}$

$$= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2014}{2015}$$

Câu 29. $= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2014}{2015} = 0.$

Câu 30. (Đề thi HSG 7 huyện KON TUM 2017-2018)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$

b) $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

Lời giải

a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$

$$A = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right]$$

$$= \frac{11}{7} [(-1) + 1] = \frac{11}{7} \cdot 0 = 0$$

b) $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)}$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 31. (Đề thi HSG 7 huyện Nga Sơn 2011-2012)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right)$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right)$

Lời giải

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right)$
 $= \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{5}{6} \right) \left(\frac{9}{10} \right) \left(\frac{14}{15} \right) \dots \left(\frac{209}{210} \right) = \left(\frac{4}{6} \right) \left(\frac{10}{12} \right) \left(\frac{18}{20} \right) \left(\frac{28}{30} \right) \dots \left(\frac{418}{420} \right)$
 $= \frac{(1 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 6) \cdot (4 \cdot 7) \dots (19 \cdot 22)}{(2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 6) \dots (20 \cdot 21)} = \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 19) \cdot (4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \dots 22)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 20) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots 21)} = \frac{11}{30}$

Câu 32. (Đề thi HSG 7 huyện NGỌC LẶC 2015-2016)

Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$C = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3 \cdot 29 - 5 \cdot 14^5 \cdot 2}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5}$$

Lời giải

:

$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$A = \frac{5(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23})}{13(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23})} + \frac{3(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10})}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = \frac{44}{13}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^{10} \cdot 7^3 (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} - \frac{10}{3} = \frac{7}{2}$$

$$C = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 14^5 \cdot 2^{12}}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2^2)^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 2^5 \cdot 7^5 \cdot 2^{12}}{2 \cdot 3^3 \cdot 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot (3^2)^7 - 2^2 \cdot 3 \cdot (2^3)^5 \cdot 7^5}$$

$$= \frac{2^{15} \cdot 3^{30} \cdot 5 - 2^{17} \cdot 5 \cdot 7^5}{2^{15} \cdot 3^{31} - 2^{17} \cdot 3 \cdot 7^5} = \frac{2^{15} \cdot 5 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)}{2^{15} \cdot 3 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)} = \frac{5}{3}$$

Câu 33. (Đề thi HSG 7 huyện NHƯ XUÂN, 2015 – 2016)

Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 34. (Đề thi HSG 7 huyện NGỌC LẶC, 2015-2016)

Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$C = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3 \cdot 29 - 5 \cdot 14^5 \cdot 2}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5}$$

Lời giải

$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$A = \frac{5(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23})}{13(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23})} + \frac{3(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10})}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = \frac{44}{13}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^{10} \cdot 7^3 (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} - \frac{10}{3} = \frac{7}{2}$$

$$C = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 14^5 \cdot 2^{12}}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2^2)^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 2^5 \cdot 7^5 \cdot 2^{12}}{2 \cdot 3^3 \cdot 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot (3^2)^7 - 2^2 \cdot 3 \cdot (2^3)^5 \cdot 7^5}$$

$$= \frac{2^{15} \cdot 3^{30} \cdot 5 - 2^{17} \cdot 5 \cdot 7^5}{2^{15} \cdot 3^{31} - 2^{17} \cdot 3 \cdot 7^5} = \frac{2^{15} \cdot 5 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)}{2^{15} \cdot 3 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)} = \frac{5}{3}$$

Câu 35. (Đề thi HSG 7 huyện...(1)...2017-2018)

a) Tính: $A = 1 \frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1 \frac{19}{60} \right) : 1 \frac{23}{24}$

b) So sánh: 16^{20} và 2^{100}

Lời giải

a) Biến đổi: $A = \frac{7}{5} - \frac{47}{60} : \frac{47}{24} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = 1$

b) Ta có: $16^{20} = 2^{4 \cdot 20} = 2^{80}$

$2^{80} < 2^{100}$ vì $(1 < 2 ; 80 < 100)$

Vậy $16^{20} < 2^{100}$

Câu 36. (Đề thi HSG 7 huyện.(2)..201-208)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$$

Lời giải

Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{3} - \frac{7}{4} + \frac{7}{5}} \right) : \frac{2012}{2013} \\
 &= \left(\frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2012}{2013} \\
 &= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2012}{2013} = 0
 \end{aligned}$$

Câu 37. Vậy $M = 0$.

Câu 38. (Đề thi HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2017 - 2018)

a) So sánh: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$.

c) Cho $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$

$$\text{và } P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}. \text{ Tính } (S - P)^{2016}.$$

Lời giải

a) So sánh: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$

Ta có: $\sqrt{17} > \sqrt{16}; \sqrt{26} > \sqrt{25} \Rightarrow \sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > \sqrt{16} + \sqrt{25} + 1 = 4 + 5 + 1 = 10$

Mà $10 = \sqrt{100} > \sqrt{99}$

Vậy: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > \sqrt{99}$.

b) Ta có: $\frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{100}}; \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{100}}; \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{100}}; \dots; \frac{1}{\sqrt{99}} > \frac{1}{\sqrt{100}}$

Suy ra: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 100 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}} = 10$

Vậy: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$

c) Ta có: $P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} \right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2014} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} = S.$$

Do đó $(S - P)^{2016} = 0$

Câu 39. (Đề thi HSG 7 huyện Kim Thành 2017-2018)

Chứng minh rằng $\sqrt{10}$ là số vô tỉ.

Lời giải

Giả sử $\sqrt{10}$ là số hữu tỷ

$$\sqrt{10} = \frac{a}{b} \quad (a, b \text{ là số tự nhiên, } b \text{ khác } 0; (a, b) = 1)$$

$$\frac{a^2}{b^2} = 10$$

Suy ra $a^2 = 10b^2$

$$a:2 \Rightarrow a^2:4 \Rightarrow 10b^2:4 \Rightarrow b^2:2 \Rightarrow b:2$$

Vậy $(a;b) \neq 1$

Câu 40. Nên $\sqrt{10}$ là số vô tỷ.

Câu 41. (Đề thi HSG 7 huyện VĨNH BẢO 2018)

a) Tính $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}$.

b) Tìm x, biết: $|2017 - x| + |2018 - x| + |2019 - x| = 2$.

Lời giải

a) Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2017}{2018}$$

$$= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2017}{2018}$$

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2017}{2018} = 0$$

b) Ta có: $|2018 - x| \geq 0$

và $|2017 - x| + |2019 - x| = |x - 2017| + |2019 - x| \geq |x - 2017 + 2019 - x| = 2$

$$\Rightarrow |2017 - x| + |2018 - x| + |2019 - x| \geq 2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $(x - 2017)(2019 - x) \geq 0$ và $2018 - x = 0$,

$$\Rightarrow 2017 \leq x \leq 2019 \text{ và } x = 2018 \Rightarrow x = 2018$$

Câu 42. Vậy $x = 2018$.

Câu 43. (Đề thi HSG 7 cấp huyện tỉnh BẮC GIANG 2018)

Rút gọn: $A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right)$.

Lời giải

$$A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right)$$

$$= \frac{12}{10} : \frac{11}{12}$$

$$= \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

Vậy $A = \frac{72}{55}$

Câu 44. (Đề thi HSG 7 huyện YÊN MÔ 2017-2018)

Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$ 2) $B = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$

Lời giải

1) $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{1}{3}$

2) $B = 3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9 \cdot 4}{4 \cdot 3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = \frac{-35}{2}$

Câu 45. (Đề thi HSG 7 huyện VĨNH BẢO 2017-2018)

Tính $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}$.

Lời giải

Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2017}{2018} = \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{\frac{7}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2017}{2018}$$

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2017}{2018} = 0$$

Câu 46. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY 2015-2016)

Tính $A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$$

$$= \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{7}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right)\right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

Vậy : $A = 0$

Câu 47. (Đề thi HSG 7 huyện Ý YÊN 2015-2016)

Tính giá trị của biểu thức

$A = (-1)^3 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot (-7) \cdot \left(-\frac{1}{14}\right)$

$B = 2016 : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right)$

Lời giải

$$A = (-1) \cdot \frac{(-7)^3}{8^3} \cdot \frac{(-2)^2}{7^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{(-1) \cdot (-7)^3 \cdot (-2)^2}{2^9 \cdot 7^2 \cdot 2} = \frac{(-1) \cdot (-7) \cdot (-1)}{2^8} = \frac{-7}{256}$$

$$*) \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} = \frac{2}{7} \quad (\text{vì } \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \neq 0)$$

$$*) \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} = \frac{-7 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)}{2 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)} = \frac{-7}{2} \quad (\text{vì } \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \neq 0)$$

$$B = 2016 : \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2} \right) = -2016$$

Câu 48. (Đề thi HSG 7 huyện PHÚ THIÊN 2009-2010)

Thực hiện phép tính

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} ; b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} ; c) \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} \cdot$$

Lời giải

$$\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{1} + \frac{9}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

$$\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$$

$$\frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{2.15}.3^{2.9} - 2^2.3^{20}.2^{3.9}}{5.2^{10}.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{3.6}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{29}.3^{18}(5.3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

Câu 49. (Đề thi HSG 7 huyện VŨ THƯ 2015-2016)

Thực hiện phép tính :

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$$

$$B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4(-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2} \right)^2 : (7^3 \cdot 11^6)$$

Lời giải

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$$

$$A = \left[\frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{25} + \frac{11}{50} \right) + \frac{1007}{2016} \right] = 1 : \left[\frac{1}{2} + \frac{1007}{2016} \right] = 1 : \left(\frac{2015}{2016} \right) = \frac{2016}{2015}$$

$$B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4(-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2} \right)^2 : (7^3 \cdot 11^6) = \frac{1}{-7^2 \cdot 11^2} \cdot 7^4 \cdot 11^2 \cdot 7^5 \cdot 11^5 \cdot \frac{1}{7^4} \cdot \frac{1}{7^3 \cdot 11^6}$$

$$B = -\frac{7^9 \cdot 11^7}{7^9 \cdot 11^8} = -\frac{1}{11}$$

Câu 50. (Đề thi HSG 7 huyện SƠN DƯƠNG 2015-2016)

a) Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

b) Tính tổng: $S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S &= (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 + \dots + (-3)^{2015} \\ -3S &= (-3) \cdot [(-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}] = (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016} \\ -3S - S &= [(-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016}] - (-3)^0 - (-3)^1 - \dots - (-3)^{2015} \\ -4S &= (-3)^{2016} - 1 \\ S &= \frac{(-3)^{2016} - 1}{-4} = \frac{3^{2016} - 1}{-4} = \frac{1 - 3^{2016}}{4} \end{aligned}$$

Câu 51. (Đề thi HSG 7 Trường NGUYỄN CHÍCH 2017 -2018)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2} \\ &= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} \\ &= \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Câu 52. (Đề thi HSG 7 huyện)

Thực hiện phép tính

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$$

Lời giải

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2012}{2013}$$

$$= \left[\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right] : \frac{2012}{2013} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7}\right) : \frac{2012}{2013} = 0$$

Câu 53. (Đề thi HSG 7 huyện GIA VIÊN 2016-2017)

Thực hiện phép tính: $\frac{\left[(5,2^2 : 2,6 + 8,1)^2 - 6,5^2\right] : 0,025}{(60,192 : 2,4 - 1,08)^2 - 0,24.1400} + \sqrt{(-5)^2 + 1} \cdot (3) - \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$

Lời giải

HSTL

Câu 54. (Đề thi HSG 7 huyện GIA VIÊN)

a, Tính: $A = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$

b, Rút gọn: $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

Lời giải

a) $A = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$

$$= \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} = \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} = 0$$

b) $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = \frac{-1}{3}$

Câu 55. (Đề thi HSG 7 Trường NGUYỄN HỒNG LỄ 2017-2018)

a) Rút gọn $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 3^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

b) Tính : $M = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

$$M = 3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{4}{3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = \frac{-35}{2}$$

Câu 56. (Đề thi HSG 7 huyện Ngọc Lặc 20.. -20...)

a) So sánh hai số: 3^{30} và 5^{20}

b) Tính : $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

Lời giải

a) $3^{30} = \left((3^3)^{10}\right) = 27^{10}; 5^{20} = \left((5^2)^{10}\right) = 25^{10} < 27^{10} \Rightarrow 3^{30} > 5^{20}$

$$\begin{aligned} \text{b) } P &= \frac{\left((2)^4\right)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{\left((2)^2\right)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} 3^{11} (2 \cdot 3 + 1)} \\ &= \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Câu 57. (Đề thi HSG 7 huyện Tam Dương 2018 -2019)

Tính giá trị biểu thức: $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2018}{2019}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2018}{2019} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2018}{2019}$$

$$A = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2018}{2019} = \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2018}{2019}$$

$$A = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2018}{2019} = 0$$

Câu 58. (Đề thi HSG 7 huyện Thanh Chương 20.. -20..)

a) Thực hiện phép tính: $\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$

b) So sánh: $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{168}$.

Lời giải

a)

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\ A &= \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-\frac{53}{100} - 5\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} = \frac{3\left(\frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(\frac{-66 + 60 + 55}{660}\right)} + \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$A = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740}$$

b) Ta có: $\sqrt{50} > \sqrt{49} = 4$; $\sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$

Vậy: $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$

Câu 59. (Đề thi HSG 7 thị xã Chí Linh 20.. -20..)

a) Viết phân số dưới dạng số thập phân: $\frac{7}{33}$

b) Viết số thập phân dưới dạng phân số tối giản: 0,3(18)

c) Tính giá trị biểu thức một cách hợp lí:

$$A = \left[\left(\frac{2}{201} - \frac{3}{402} \right) \cdot \frac{201}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{2017} + \frac{11}{4034} \right) \cdot \frac{2017}{25} + \frac{9}{2} \right].$$

Lời giải

a) $\frac{7}{33} = 0,21$

b) $0,3(18) = \frac{1}{10} \cdot [3, (18)] = \frac{1}{10} \cdot [3 + 0, (18)] = \frac{1}{10} \cdot [3 + 0, (01) \cdot 18]$
 $= \frac{1}{10} \cdot \left[3 + \frac{1}{99} \cdot 18 \right] = \frac{1}{10} \cdot \left[3 + \frac{2}{11} \right] = \frac{35}{110} = \frac{7}{22}$

c) $A = \left[\left(\frac{4}{402} - \frac{3}{402} \right) \cdot \frac{201}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{14}{4034} + \frac{11}{4034} \right) \cdot \frac{2017}{25} + \frac{9}{2} \right]$

$$A = \left[\frac{1}{402} \cdot \frac{201}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{25}{4034} \cdot \frac{2017}{25} + \frac{9}{2} \right]$$

$$A = \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right]$$

$$A = 1 : 5 = \frac{1}{5} = 0,2$$

(Đề HSG Toán 7_huyện_Nga Sơn_2016-2017).

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right); \quad B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}};$$

$$C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right).$$

Lời giải

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \dots \frac{209}{210}$
 $= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30} \dots \frac{418}{420} = \frac{(1 \cdot 4)(2 \cdot 5)(3 \cdot 6)(4 \cdot 7) \dots (19 \cdot 22)}{(2 \cdot 3)(3 \cdot 4)(4 \cdot 5)(5 \cdot 6) \dots (20 \cdot 21)}$
 $= \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 19) \cdot (4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \dots 22)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 20) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots 21)} = \frac{11}{30}.$

Câu 60. (Đề HSG Kỳ Xuân 2017-2018).

Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}.$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

Câu 61. (Đề HSG huyện Thanh Hà 2016-2017).

Tính:

a) $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7;$

b) $(6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4).$

Lời giải

a) $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$

$= 10,5 \cdot (7,3 + 2,7) + 15 \cdot (7,3 + 2,7)$

$= 10,5 \cdot 10 + 15 \cdot 10$

$= 105 + 150 = 255.$

b) $(6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$

$= (3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}) : (2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8)$

$= [2^{19} \cdot 3^{19} \cdot (1 + 2 \cdot 3)] : [2^{18} \cdot 3^9 \cdot (2 + 5)]$

$= (2 \cdot 7) : 7 = 2.$

Đề HSG huyện Thanh Hà 2016-2017).

So sánh A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = \frac{-2012}{4025}; \quad B = \frac{-1999}{3997}.$

b) $A = 3^{21}; \quad B = 2^{31}.$

c) $A = \frac{2011}{1 \cdot 2} + \frac{2011}{3 \cdot 4} + \frac{2011}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{2011}{1999 \cdot 2000}; \quad B = \frac{2012}{1001} + \frac{2012}{1002} + \frac{2012}{1003} + \dots + \frac{2012}{2000}.$

Lời giải

a) $\frac{2012}{4025} < \frac{2012}{4024} = \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2} = \frac{1999}{3998} < \frac{1999}{3997} \Rightarrow \frac{2012}{4025} < \frac{1999}{3997} \Rightarrow \frac{-2012}{4025} > \frac{-1999}{3997}$

Vậy $A > B.$

b) $A = 3^{21} = 3 \cdot (3^2)^{10} = 3 \cdot 9^{10} \quad B = 2^{31} = 2 \cdot (2^3)^{10} = 2 \cdot 8^{10}$

Suy ra $A > B.$

$$\begin{aligned}
 c) A &= \frac{2011}{1.2} + \frac{2011}{3.4} + \frac{2011}{5.6} + \dots + \frac{2011}{1999.2000} \\
 &= 2011 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000} \right) \\
 &= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{1999} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \right] \\
 &= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) \right] - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \\
 &= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{999} + \frac{1}{1000} \right) \right] \\
 &= 2011 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \\
 B &= 2012 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \Rightarrow A < B.
 \end{aligned}$$

(Đề HSG Toán 7_huyện_Vĩnh Lộc_2017-2018).

Tìm tỉ số của A và B, biết rằng:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1.1981} + \frac{1}{2.1982} + \dots + \frac{1}{n.(1980+n)} + \dots + \frac{1}{25.2005}; \\
 B &= \frac{1}{1.26} + \frac{1}{2.27} + \dots + \frac{1}{m.(25+m)} + \dots + \frac{1}{1980.2005}.
 \end{aligned}$$

Lời giải

Trong đó, A có 25 số hạng và B có 1980 số hạng

Ta có:

$$\frac{1}{n(1980+n)} = \frac{1}{1980} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{1980+n} \right) ; \quad \frac{1}{m(25+m)} = \frac{1}{25} \cdot \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{25+m} \right)$$

Áp dụng tính A và B ta được:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{1980} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1981} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{2005} \right) \\
 &= \frac{1}{1980} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{25} \right) - \left(\frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{2005} \right) \right] \\
 B &= \frac{1}{25} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{26} + \frac{1}{2} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{1980} - \frac{1}{2005} \right) \\
 &= \frac{1}{25} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{25} \right) - \left(\frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \dots + \frac{1}{2005} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{A}{B} = \frac{1}{1980} : \frac{1}{25} = \frac{5}{396}.$$

Câu 62. (Đề thi HSG 7 Đông Hưng 2018-2019)

Không dùng máy tính, hãy tính giá trị của biểu thức: $S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$

Lời giải

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3 \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \right)}{11 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{11}$$

Câu 63. (Đề thi HSG 7 Kim Thành 2016-2017)

Tính $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$$

$$A = \frac{5}{5} = 1. \text{ Vậy } A = 1$$

Câu 64. (Đề thi HSG 7 Nga Sơn)

Tính giá trị biểu thức:

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right)$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right)$

Lời giải

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right)$
 $= \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{5}{6} \right) \left(\frac{9}{10} \right) \left(\frac{14}{15} \right) \dots \left(\frac{209}{210} \right) = \left(\frac{4}{6} \right) \left(\frac{10}{12} \right) \left(\frac{18}{20} \right) \left(\frac{28}{30} \right) \dots \left(\frac{418}{420} \right)$
 $= \frac{(1 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 6) \cdot (4 \cdot 7) \dots (19 \cdot 22)}{(2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 5) \dots (20 \cdot 21)} = \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 19) \cdot (4 \cdot 5 \cdot 6 \dots 22)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 20) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots 21)} = \frac{11}{30}$

Câu 65. (Đề thi HSG 7 Việt Yên 2013-2014)

Tính:

a) $A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 1$

b) $B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2} \right) : 1\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4} \right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6} \right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100} \right).$

$$c) C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) A &= 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \\ &= 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) - 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 \\ &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vậy $A = -\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{1}{2} : \frac{-3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{-5}{4} : \frac{6}{5} : \frac{-7}{6} : \dots : \frac{-101}{100} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{-100}{101} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{50 \text{ số âm}} \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 101} = \frac{1}{101} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{1}{101}$

$$\begin{aligned} c) & \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} \\ &= \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{-(2^3)^4 \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (1-2 \cdot 3)} \\ &= \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot (-5)} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

Câu 66. (Đề thi HSG 7 huyện Phú Thiện 2019-2020)

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4}.$$

$$b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$c) \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

Lời giải

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{1} + \frac{9}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

$$b) = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} &= \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} \\ &= \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{29}.3^{18}(5.3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

Câu 67. (Đề thi HSG 7 huyện Vĩnh Bảo 2017-2018)

$$\text{Tính } M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018} \\ &= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2017}{2018} \\ &= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2017}{2018} \\ &= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2017}{2018} = 0 \end{aligned}$$

Câu 68. (Đề thi HSG 7 huyện KIẾN XƯƠNG 2019-2020)

$$\text{Tính giá trị biểu thức } \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[-2^3 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} + \left(-2\frac{2}{3} \right)^0 \right]$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } & \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[-2^3 \cdot \sqrt[3]{1 \frac{9}{16}} + \left(-2 \frac{2}{3} \right)^0 \right] \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[2^3 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{16}} + 1 \right] \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[8 \cdot \frac{5}{4} + 1 \right] \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot [-10 + 1] \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot (-9) \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{-9}{4} \\
 &= \frac{-3}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 69. (Đề thi HSG 7 huyện HOÀI NHƠN 2019-2020)

a) So sánh hai số: $(-5)^{39}$ và $(-2)^{91}$

b) Chứng minh rằng: Số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$

Lời giải

a) Ta có: $(-5)^{39} = -5^{39} = -(5^3)^{13} = -125^{13}$

$(-2)^{91} = -2^{91} = -(2^7)^{13} = -128^{13}$

Ta thấy: $125^{13} < 128^{13} \Rightarrow -125^{13} > -128^{13} \Rightarrow (-5)^{39} > (-2)^{91}$

b) Ta có: $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1} = 11^2 \cdot 11^n + 12 \cdot (12^2)^n = 121 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$
 $= (133 - 12) \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n = 133 \cdot 11^n - 12 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$
 $= 133 \cdot 11^n + 12 \cdot (144^n - 11^n).$

Ta thấy: $133 \cdot 11^n : 133$

Suy ra $(144^n - 11^n) : (144 - 11) = 133 \Rightarrow 12 \cdot (144^n - 11^n) : 133$

Do đó suy ra: $133 \cdot 11^n + 12 \cdot (144^n - 11^n)$ chia hết cho 133

Vậy: số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$

Câu 70. (Đề thi HSG 7 huyện ĐÔNG HƯNG 2019-2020)

Tính:

a) $A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6};$

b) $B = \left[(0,1)^2 \right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7} \right)^{-1} \right]^2 \cdot \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5 \right]$

Lời giải

a) $A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{2 \cdot 15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$

b) $B = 1 + 49 \cdot \frac{1}{49} \cdot (2^6 : 2^5) = 1 + 2 = 3$

Câu 71. (Đề thi HSG 7 huyện QUỲNH PHỤ 2019-2020)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) A &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} \\ &= \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} [(-1) + 1] = \frac{11}{7} \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 72. (Đề thi HSG 7 huyện VŨ NHƯ 2019-2020)

Thực hiện phép tính (theo cách hợp lí nếu có thể)

$$a) 2008 \cdot \left(\frac{1}{2007} - \frac{2009}{1004} \right) - 2009 \cdot \left(\frac{1}{2007} - 2 \right)$$

$$b) \frac{\left(\frac{2}{5} \right)^9 \cdot 10^9 - \left(\frac{-9}{4} \right)^5 : \left(\frac{-3}{16} \right)^{10}}{4^{12} + 16^9}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) 2008 \cdot \left(\frac{1}{2007} - \frac{2009}{1004} \right) - 2009 \cdot \left(\frac{1}{2007} - 2 \right) &= \frac{2008}{2007} - \frac{2008 \cdot 2009}{1004} - \frac{2009}{2007} + 2 \cdot 2009 \\ &= \frac{2008}{2007} - 2 \cdot 2009 - \frac{2009}{2007} + 2 \cdot 2009 = \frac{2008}{2007} - \frac{2009}{2007} = \frac{-1}{2007} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{\left(\frac{2}{5} \right)^9 \cdot 10^9 - \left(\frac{-9}{4} \right)^5 : \left(\frac{-3}{16} \right)^{10}}{4^{12} + 16^9} &= \frac{\left(\frac{2}{5} \right)^9 \cdot 2^9 \cdot 5^9 + \frac{(-3)^{10}}{2^{10}} : \frac{(-3)^{10}}{2^{40}}}{2^{24} + 2^{36}} \\ &= \frac{2^{18} + 2^{30}}{2^{24} + 2^{36}} = \frac{2^{18} (1 + 2^{12})}{2^{24} (1 + 2^{12})} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} \end{aligned}$$

Câu 73. (Đề thi HSG 7 huyện YÊN MÔ 2019 - 2020)

Thực hiện phép tính

$$a) A = \frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} + \frac{11}{25}$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} + \frac{11}{25} = \frac{-3}{3} + \frac{25}{25} + \frac{2}{7} = (-1+1) + \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned} b) B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 74. (Đề thi HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016-2017)

a) Cho $A = \left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{3} - 1\right)\left(\frac{1}{4} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2015} - 1\right)\left(\frac{1}{2016} - 1\right)$. So sánh A với $\frac{-1}{2015}$

b) Cho biểu thức $A = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 2005}{3x^4 - x^3 + 3x + 2014}$. Tính giá trị của biểu thức với $x = \frac{1}{3}$

Lời giải

$$a) A = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \dots \frac{-2014}{2015} \cdot \frac{-2015}{2016} = \frac{-1}{2016} > \frac{-1}{2015}$$

$$b) x = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow 3x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{x^2(3x-1) - (3x-1) + 2014}{x^3(3x-1) + (3x-1) + 2015} = \frac{2014}{2015}$$

Câu 75. (Đề thi HSG 7 Lê Hồng Phong 2016-2017)

1. Rút gọn $A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$

2. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện:

$$2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+34}$$

Lời giải

$$1.1) A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{100.99} + \frac{1}{99.98} + \frac{1}{98.97} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{100} \right) = \frac{-49}{50} \quad (1)$$

1.2)

$$\text{Đặt } B = 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n$$

$$\Rightarrow 2B = 2.(2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n) \quad 2B = 2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}$$

$$2B - B = (2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}) - (2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n)$$

$$= -(2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) + n.2^{n+1} - 2^3$$

$$\text{Đặt } C = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n$$

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$2C - C = (2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}) - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n)$$

$$2C - C = (2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}) - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n)$$

$$C = 2^{n+1} - 2^3$$

$$\text{Khi đó } B = -(2^{n+1} - 2^3) + n \cdot 2^{n+1} - 2^3$$

$$= -2^{n+1} + 2^3 + n \cdot 2^{n+1} - 2^3 = -2^{n+1} + n \cdot 2^{n+1} = (n-1) \cdot 2^{n+1}$$

$$\text{Vậy từ (1) ta có: } (n-1)2^{n+1} = 2^{n+34}$$

$$2^{n+34} - (n-1) \cdot 2^{n+1} = 0$$

$$2^{n+1} \cdot [2^{33} - (n-1)] = 0 \Rightarrow 2^{33} - n + 1 = 0 \Rightarrow n = 2^{33} + 1$$

$$\text{Vậy } n = 2^{33} + 1$$

Câu 76. (Đề thi HSG 7 Lê Hồng Phong 2016-2017)

$$\text{Cho biểu thức: } C = \frac{2(x-1)^2 + 1}{(x-1)^2 + 2}$$

a) Chứng tỏ rằng với mọi x , biểu thức C luôn có giá trị là một số dương.

b) Tìm tất cả các số nguyên x , để C có giá trị là một số nguyên

c) Với giá trị nào của x , thì biểu thức C có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = (2x-5y)^2 - (15y-6x)^2 - |xy-90|$$

$$= (2x-5y)^2 - (6x-15y)^2 - |xy-90|$$

$$= (2x-5y)^2 - 9 \cdot (2x-5y)^2 - |xy-90|$$

$$= -[8 \cdot (2x-5y)^2 + |xy-90|]$$

$$\text{Ta thấy } (2x-5y)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x, y \text{ nên } 8 \cdot (2x-5y)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$|xy-90| \geq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$\text{Khi đó } 8 \cdot (2x-5y)^2 + |xy-90| \geq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$\text{Suy ra } -[8 \cdot (2x-5y)^2 + |xy-90|] \leq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$\text{Hay } P \leq 0 \text{ với mọi } x, y$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} (2x-5y)^2 = 0 \\ |xy-90| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{2} \\ xy = 90 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \frac{x}{5} = \frac{y}{2} = k \text{ ta được } x = 5k, y = 2k$$

$$\text{Mà } xy = 90 \text{ nên } 5k \cdot 2k = 90 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -3 \end{cases}$$

$$\text{Nếu } k = 3 \Rightarrow x = 15, y = 6$$

$$\text{Nếu } k = -3 \Rightarrow x = -15, y = -6$$

$$\text{Vậy } \text{Max} P = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15; y = 6 \\ x = -15; y = -6 \end{cases}$$

Câu 77. (Đề thi HSG 7 Sơn Dương 2016-2017)

$$\text{a) Thực hiện phép tính: } A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right)^3 : \frac{2013}{2014}$$

$$\text{b) Tính } B = \frac{1}{19} + \frac{9}{19 \cdot 29} + \frac{9}{29 \cdot 39} + \frac{9}{39 \cdot 49} + \dots + \frac{9}{1999 \cdot 2009}$$

Lời giải

$$\text{a) } A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right)^3 : \frac{2013}{2014}$$

$$A = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right)^3 : \frac{2013}{2014}$$

$$A = \left(\frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right)^3 : \frac{2013}{2014} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right)^3 : \frac{2013}{2014} = 0$$

$$B = \frac{1}{19} + \frac{9}{19 \cdot 29} + \frac{9}{29 \cdot 39} + \frac{9}{39 \cdot 49} + \dots + \frac{9}{1999 \cdot 2009}$$

$$= \frac{9}{9 \cdot 19} + \frac{9}{19 \cdot 29} + \frac{9}{29 \cdot 39} + \frac{9}{39 \cdot 49} + \dots + \frac{9}{1999 \cdot 2009}$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{29} + \frac{1}{29} - \frac{1}{39} + \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2009} \right)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{10}{9 \cdot 19} + \frac{10}{19 \cdot 29} + \frac{10}{29 \cdot 39} + \frac{10}{39 \cdot 49} + \dots + \frac{10}{1999 \cdot 2009} \right)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2009} \right) = \frac{200}{2009}$$

Câu 78. (Đề thi HSG 7 Việt Yên 2018-2019)

$$\text{a) Tính } A = \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{9} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{16} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{100} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{121} - 1 \right)$$

$$\text{b) Tính } S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{-3}{4} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{-15}{16} \cdots \frac{-99}{100} \cdot \frac{-120}{121} = \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdots \frac{9.11}{10^2} \cdot \frac{10.12}{11^2} \\ & = \frac{1.2.3.4 \cdots 10.3.4.5.6 \cdots 11.12}{2^2 \cdot 3^2 \cdots 11^2} = \frac{1.2.11.12}{2^2 \cdot 11^2} = \frac{12}{22} \end{aligned}$$

$$\text{b)} S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \cdots - 2 - 1$$

$$2S = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} - \cdots - 2^2 - 2 \quad 2S - S = 2^{2011} - 2^{2010} + 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} - \cdots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 + 1$$

$$S = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1 = 1$$

Câu 79. (Đề thi HSG 7 Hoàng Hóa 2017-2018)

Tính giá trị của biểu thức $M = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5$

Lời giải

$$M = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(\frac{-25}{6} + \frac{22}{7}\right) + \frac{15}{2}$$

$$M = \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{42}{-43} + \frac{15}{2} = 1\frac{69}{86}$$

Câu 80. (Đề thi HSG 7 Thạch Thành 2017-2018)

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

2) Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$. Tính giá trị biểu thức $C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2}$

Lời giải

$$\text{1) a)} A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$A = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11}\right)\right] = \frac{11}{7} \cdot \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7}\right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right)\right] = \frac{11}{7} \cdot [(-1) + 1] = 0$$

$$\text{b)} B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

2) Đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \end{cases}$. Khi đó:

$$C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2} = \frac{5(3k)^2 + 3(5k)^2}{10(3k)^2 - 3(5k)^2} = \frac{45k^2 + 75k^2}{90k^2 - 75k^2} = \frac{120k^2}{15k^2} = 8$$

Câu 81. (Đề thi HSG 7 Lộc Hà 2018-2019)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$$

Lời giải

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2014}{2015} = \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2014}{2015}$$

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2014}{2015} = 0$$

Câu 82. (Đề thi HSG 7 Minh An 2016-2017)

a) Thực hiện phép tính:
$$\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

b) So sánh: $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{168}$

Lời giải

$$a) A = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$$

$$= \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} = \frac{3 \cdot \left(\frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(\frac{-66 + 60 + 55}{660}\right)} + \frac{3}{5}$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740}$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740}$$

b) Ta có: $\sqrt{50} > \sqrt{49} = 7; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$

Vậy $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$

Câu 83. (Đề thi HSG 7 Hương Khê 2016-2017)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{3}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}{6}} \right) : \frac{2012}{2013}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{3}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}{6}} \right) : \frac{2012}{2013}$$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{7} - \frac{7}{7} + \frac{7}{7}}}{\frac{5}{5} - \frac{9}{9} + \frac{11}{11} - \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}}{\frac{7}{7} - \frac{7}{7} + \frac{7}{7}}} \right) : \frac{2012}{2013}$$

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2012}{2013} = 0$$

Câu 84. (Đề thi HSG 7 Hoài Nhơn 2018-2019)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

b) Tính giá trị của biểu thức $B = 2x^2 - 3x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$

Tìm 3 số x, y, z biết rằng: $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}; \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ và $x + y + z = -110$

Lời giải

$$a) A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

$$= \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

$$b) \text{ Vì } |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Với } x = \frac{1}{2} \text{ thì } A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 0$$

Với $x = -\frac{1}{2}$ thì $A = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 3$

Vậy $A = 0$ với $x = \frac{1}{2}$ và $A = 3$ với $x = -\frac{1}{2}$

c) Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{14}; \frac{y}{2} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{14} = \frac{z}{35} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{14} = \frac{z}{35}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{14} = \frac{z}{35} = \frac{x+y+z}{6+14+35} = \frac{-110}{55} = -2$$

$$\Rightarrow x = -2 \cdot 6 = -12; y = -2 \cdot 14 = -28; z = -2 \cdot 35 = -70$$

Vậy $x = -12, y = -28, z = -70$

Câu 85. (Đề thi HSG 7)

a) Tính $P = \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$

b) Biết $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = 3025$. Tính $S = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 20^3$

c) Không dùng máy tính, hãy so sánh: $A = \frac{2006}{2007} + \frac{2007}{2008} + \frac{2008}{2009} + \frac{2009}{2006}$ với 4

Lời giải

$$a) P = \frac{2^{19} \cdot (3^3)^3 + 3 \cdot 5 \cdot (2^2)^9 \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^9 \cdot 2^{10} + (3 \cdot 2^2)^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} + 3^{10} \cdot 2^{20}}$$

$$= \frac{2^{18} \cdot 3^2 \cdot (2+5)}{3^9 \cdot 2^{19} \cdot (1+3 \cdot 2)} = \frac{1}{2}$$

b) có : $2^3 = (2 \cdot 1)^3 = 2^3 \cdot 1^3$

$$4^3 = (2 \cdot 2)^3 = 2^3 \cdot 2^3$$

$$6^3 = (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$$

.....

$$20^3 = (2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3$$

$$\Rightarrow S = 2^3 \cdot (1^3 + 2^3 + \dots + 10^3) = 8 \cdot 3025 = 24200$$

$$c) A = \frac{2007-1}{2007} + \frac{2008-1}{2008} + \frac{2009-1}{2009} + \frac{2006+3}{2006}$$

$$= 1 - \frac{1}{2007} + 1 - \frac{1}{2008} + 1 - \frac{1}{2009} + 1 + \frac{3}{2006}$$

$$= 4 + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2008} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2009}$$

$$\text{Do } \frac{1}{2006} > \frac{1}{2007}, \frac{1}{2006} > \frac{1}{2008}, \frac{1}{2006} > \frac{1}{2009} \Rightarrow A > 4$$

Câu 86. (Đề thi HSG 7 Việt Yên 2017-2018)

$$a) A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$$

$$b) B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right)$$

$$c) C = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$$

Lời giải

$$a) A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$$

$$= 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) - 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1$$

$$= -\frac{3}{2}$$

$$b) B = \frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{4}\right) : 1\frac{1}{5} : \left(-1\frac{1}{6}\right) : \dots : \left(-1\frac{1}{100}\right)$$

$$= \frac{1}{2} : \frac{-3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{-5}{4} : \frac{6}{5} : \frac{-7}{6} : \dots : \frac{-101}{100}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{-6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{-100}{101}$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 101} = \frac{1}{101}$$

$$\begin{aligned} c) C &= \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{-8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} = \frac{(2^2)^6 \cdot (3^2)^5 + 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5}{-(2^3)^4 \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{-2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (1-2 \cdot 3)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot (-5)} = \frac{-4}{5} \end{aligned}$$

Câu 87. (Đề thi HSG 7 Hoài Nhơn 2014-2015)

Không dùng máy tính, hãy tính giá trị của biểu thức: $S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$

Lời giải

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{11}$$

Câu 88. (Đề thi HSG 7 2015-2016)

Thực hiện phép tính: $\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$

Tính $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{100}$. So sánh B với 2^{102}

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} \\ &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} = \frac{3 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-5 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} = 0 \end{aligned}$$

Ta có: $4B = 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{102}$

$$4B - B = (2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{102}) - (1 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{100})$$

$$3B = 2^{102} - 1 \Rightarrow B = \frac{2^{102} - 1}{3} \Rightarrow B < 2^{102}$$

Câu 89. (Đề thi HSG 7 Huyện Thái Thụy năm 2017-2018)

Tính

$$P = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{2012}(1+2+3+\dots+2012) \\ &= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{2012} \cdot \frac{2012 \cdot 2013}{2} \\ &= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2013}{2} = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+2013) \\ &= \frac{1}{2}(1+2+3+\dots+2013-1) = \frac{1}{2} \left(\frac{2012 \cdot 2013}{2} - 1 \right) = \frac{2025077}{2} \end{aligned}$$

Câu 90. (Đề thi HSG 7 2018-2019)

Tính $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{3 \cdot 135}{5 \cdot 129} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 135}{4 \cdot 11 \cdot 13} \cdot \frac{7 \cdot 11 \cdot 13}{5 \cdot 129} + \frac{2}{5} = \frac{189}{172} + \frac{2}{5} = \frac{1289}{860} \end{aligned}$$

Câu 91. (Đề thi HSG 7)

Tính:

a) $7,3.10,5 + 7,3.15 + 2,7.10,5 + 15.2,7$

b) $(6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$

Lời giải

a) $7,3.10,5 + 7,3.15 + 2,7.10,5 + 15.2,7$

$$= 10,5 \cdot (7,3 + 2,7) + 15 \cdot (7,3 + 2,7)$$

$$= 10,5 \cdot 10 + 15 \cdot 10 = 10 \cdot (10,5 + 15) = 10 \cdot 25,5 = 255$$

b) $(69 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4) = (3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}) : (2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8)$

$$= [2^{19} \cdot 3^9 (1 + 2 \cdot 3)] : [2^{18} \cdot 3^9 (2 + 5)] = (2 \cdot 7) : 7 = 2$$

Câu 92. (Đề thi HSG 7 Huyện Mỹ Cày năm 2017-2018)

Tính $A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

Câu 93. (Đề thi HSG 7)

Cho $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$. Chứng minh rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

Lời giải

$$\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4(3x-2y)}{16} = \frac{3(2z-4x)}{9} = \frac{2(4y-3z)}{4} = \frac{12x-8y+6z-12x+8y-6z}{29} = 0$$

Vậy $\frac{3x-2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \quad (1)$

$$\frac{2z-4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

Câu 94. (Đề thi HSG 7 THCS Lý Tự Trọng 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$

Lời giải

Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2012}{2013}$

$$= \left(\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2012}{2013} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2012}{2013} = 0$$

Câu 95. (Đề thi HSG 7 Trường thực hành Sài Gòn 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức $M = \frac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}}$

Lời giải

Ta có: $M = \frac{2016^{10} \cdot (1 + 2016)}{2016^{10} \cdot (1 - 2016)} = \frac{-2017}{2015}$

Câu 96. (Đề thi HSG 7 2017-2018)

Tính $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}$$

$$= \frac{3.135}{\frac{4.11.13}{5.129}} + \frac{2}{5} = \frac{3.135}{4.11.13} \cdot \frac{7.11.13}{5.129} + \frac{2}{5} = \frac{189}{172} + \frac{2}{5} = \frac{1289}{860}$$

Câu 97. (Đề thi HSG 7 Huyện Bồ Trạch 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức :

$$A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right)$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017}\right) = \frac{2016}{2017}$$

Câu 98. (Đề thi HSG 7 Huyện Vị Thanh 2017-2018)

Rút gọn biểu thức $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3-1)} = \frac{1}{3}$$

Câu 99. (Đề thi HSG 7 MÃ ĐỀ 159 – 2016-2017)

Tính giá trị biểu thức : $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$

Lời giải

Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2012}{2013} = \left(\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2012}{2013}$$

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2012}{2013} = 0$$

Câu 100. (Đề thi HSG 7 Huyện Ngọc Lặc 2015-2016)

Thực hiện phép tính :

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23} + \frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23} + \frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} \\ \text{b) } B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23} + \frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23} + \frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right) + \frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right) + \frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} \\ &= \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}\right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right) + \frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13} \\ \text{b) } B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 101. (Đề thi HSG 7 Huyện Tân Tạo 2018-2019)

$$\text{a) Thực hiện phép tính : } \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$\text{b) So sánh : } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 \text{ và } \sqrt{168}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{2}{5} + \frac{5}{5} - \frac{5}{4}} \\ &= \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} = \frac{3 \cdot \left(\frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320}\right)}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \left(\frac{-66 + 60 + 55}{660}\right)} + \frac{3}{5} \\ &= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740} \end{aligned}$$

$$\text{b) Ta có: } \sqrt{50} > \sqrt{49} = 7; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Vậy } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$$

Câu 102. (Đề thi HSG 7 Huyện Tam Nông 2018-2019)

$$\text{Tính bằng giá trị biểu thức : } A = \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{\frac{11}{4} - \frac{11}{5} + \frac{11}{7} + \frac{11}{13}} \\ &= \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} \right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} \right)} = \frac{3}{11} \end{aligned}$$

Câu 103. (Đề thi HSG 7 MÃ ĐỀ 165 – 2018-2019)

$$\text{Tính } A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{3 \cdot 135}{\frac{4 \cdot 11 \cdot 13}{5 \cdot 129}} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 135}{4 \cdot 11 \cdot 13} \cdot \frac{7 \cdot 11 \cdot 13}{5 \cdot 129} + \frac{2}{5} = \frac{189}{172} + \frac{2}{5} = \frac{1289}{860} \end{aligned}$$

Câu 104. (Đề thi HSG 7 Huyện Nam Sách 2017-2018)

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} \\ \text{b) } B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} \\ &= \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} + \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10} \right)}{\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13} \\ \text{b) } B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 105. (Đề thi HSG 7 2018-2019)

Thực hiện phép tính $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

Lời giải

Ta có : $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2}$$

Câu 106. (Đề thi HSG 7 tỉnh Bắc Giang 2012-2013)

Rút gọn : $A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right)$

Lời giải

$$A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right)$$

$$= \frac{12}{10} : \frac{11}{12} = \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

Vậy $A = \frac{72}{55}$

Câu 107. (Đề thi HSG 7 huyện Sơn Tây 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

a) $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4}$

b) $\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$

c) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$

Lời giải

a) $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} = 4$

b) $\frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$

c) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$

Câu 108. (Đề thi HSG 7 huyện Sơn Dương 2017-2018)

a) So sánh hai số: 3^{50} và 5^{20}

b) Tính: $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

Lời giải

$$a) 3^{30} = \left((3^3)^{10}\right) = 27^{10}; 5^{20} = (5^2)^{10} = 25^{10} < 27^{10} \Rightarrow 3^{30} > 5^{20}$$

$$\begin{aligned} b) A &= \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)} \\ &= \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Câu 109. (Đề thi HSG 7 huyện Hiệp Đức 2018-2019)

Thực hiện phép tính: $A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$

Lời giải

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] &= \frac{2}{193} \cdot \frac{193}{17} - \frac{3}{386} \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{17} - \frac{2}{34} + \frac{33}{34} = 1 \\ \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] &= \frac{7}{1931} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{11}{3862} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} = 5 \\ \Rightarrow A &= 1 : 5 = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Câu 110. (Đề thi HSG 7 trường Phù Cát 2017-2018)

Không dùng máy tính, hãy tính giá trị của biểu thức: $S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$

Lời giải

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \right)}{11 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{11}$$

Câu 111. (Đề thi HSG 7 trường Đáp Cầu 2018-2019)

a) So sánh hai số: 3^{30} và 5^{20}

b) Tính: $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

Lời giải

a) $3^{30} = (3^3)^{10} = 27^{10}; 5^{20} = (5^2)^{10} = 25^{10} < 27^{10} \Rightarrow 3^{30} > 5^{20}$

$$\begin{aligned} \text{b) } P &= \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)} \\ &= \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Câu 112. (Đề thi HSG 7 huyện Thái Thụy 2015-2016)

Tính $A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

Câu 113. (Đề thi HSG 7 huyện Tiền Hải 2016-2017)

Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 114. (Đề thi HSG 7 huyện Sơn Trà 2018-2019)

Tính hợp lý

a) $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23}$

b) $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$

c) $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17)$

d) $\frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35}$

Lời giải

a) $\frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23} = \left(\frac{-7}{25} + \frac{-18}{25} \right) + \left(\frac{4}{23} + \frac{19}{23} \right) + \frac{5}{7} = -1 + 1 + \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$

b) $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \left(\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{11} \right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} + \frac{12}{19} = 1$

c) $(-25) \cdot 125 \cdot 4 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-25) \cdot 4 \cdot 125 \cdot (-8) \cdot (-17) = (-100) \cdot (-1000) \cdot (-17) = -1700000$

d) $\frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \cdot \left(\frac{10}{19} + \frac{9}{19} \right) - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} - \frac{2}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

Câu 115. (Đề thi HSG 7 huyện Tam Dương 2017-2018)

Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675} = \frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 3^4 - 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2} \\ &= \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot (5^2 \cdot 3^2 - 1)}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2} = \frac{225 - 1}{2^4 \cdot 3} = \frac{224}{2^4 \cdot 3} = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

Câu 116. (Đề thi HSG 7 trường THCS Trục Tĩnh 2016-2017)

Thực hiện phép tính:

a) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$

b) $A = 1 + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{100}{2^{100}}$

Lời giải

a) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{2 \cdot 15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}}$

$$= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

b) $A = 1 + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{100}{2^{100}} \quad (1)$

Nhân cả hai vế của A với $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2^4} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^6} + \dots + \frac{100}{2^{101}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$A - \frac{1}{2}A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \dots + \frac{1}{2^{100}} + \frac{100}{2^{101}}$$

$$A = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \dots + \frac{1}{2^{100}} + \frac{100}{2^{101}}$$

$$A = 2 + \frac{99}{2^{99}} + \frac{100}{2^{100}}$$

Câu 117. (Đề thi HSG 7 trường THCS Nghĩa Điền 2017-2018)

So sánh các số sau: $A = \frac{10^{2011} + 1}{10^{2012} + 1}$ và $B = \frac{10^{2012} + 1}{10^{2013} + 1}$

Lời giải

Ta có: $10A = \frac{10^{2012} + 10}{10^{2012} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2012} + 1}$

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$10B = \frac{10^{2013} + 10}{10^{2013} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2013} + 1}$$

$$\text{Vì } \frac{9}{10^{2012} + 1} > \frac{9}{10^{2013} + 1} \text{ nên } 10A > 10B \Rightarrow A > B$$

Câu 118. (Đề thi HSG 7 trường THCS Nghĩa Điền 2017-2018)

$$\text{Tính tổng: } A = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2011.2013}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2011.2013} \\ &= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2013} \\ &= 1 - \frac{1}{2013} = \frac{2012}{2013} \end{aligned}$$

Câu 119. (Đề thi HSG 7 huyện 2017-2018)

$$\text{Tính: } A = 1\frac{13}{15} \cdot (0,5)^2 \cdot 3 + \left(\frac{8}{15} - 1\frac{19}{60}\right) : 1\frac{23}{24}$$

Lời giải

$$A = \frac{7}{5} - \frac{47}{60} : \frac{47}{24} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = 1$$

Câu 120. (Đề thi HSG 7 cấp huyện 2017-2018)

So sánh : 16^{20} và 2^{100}

Lời giải

$$16^{20} = 2^{4 \cdot 20} = 2^{80} < 2^{100}$$

$$\text{Vậy } 16^{20} < 2^{100}$$

Câu 121. (Đề thi HSG 7 cấp trường 2018-2019)

$$\text{Tính } A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} \\ &= \frac{3.135}{\frac{4.11.13}{5.129}} + \frac{2}{5} = \frac{3.135}{4.11.13} \cdot \frac{7.11.13}{5.129} + \frac{2}{5} = \frac{189}{172} + \frac{2}{5} = \frac{1289}{860} \end{aligned}$$

Câu 122. (Đề thi HSG 7 cấp trường 2017-2018)

Tính $A = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$

Lời giải

$$3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{4}{3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = -\frac{35}{2}$$

Câu 123. (Đề thi HSG 7 cấp trường 2017-2018)

Tính $B = \left[\frac{4}{11} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2010} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2009}$

Lời giải

$$\left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right)^{2010} - \left(\frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6} \right) = 1 - 1 = 0$$

Câu 124. (Đề thi HSG 7 huyện Trục Ninh 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} \\ &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} \\ &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} \\ &= \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] \cdot \frac{11}{7} \\ &= [(-1) + 1] \cdot \frac{11}{7} \\ &= 0 \cdot \frac{11}{7} = 0 \end{aligned}$$

Câu 125. (Đề thi HSG 7 huyện Quang Trung 2018-2019)

Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}}$$

Lời giải

$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{\frac{3}{8} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{3 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)} + \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)}{3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

Câu 126. (Đề thi HSG 7 trường Ngô Gia Tự 2017-2018)

Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \neq 0; a \neq \pm b, c \neq \pm d$. Chứng minh:

a) $\frac{b}{b-a} = \frac{d}{d-c}$ và $\frac{c+d}{a+b} = \frac{c}{a}$

b) $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

Lời giải

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow 1 - \frac{a}{b} = 1 - \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d} \Rightarrow$ Kết luận

Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{d}{b} = \frac{c+d}{a+b}$

2) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^{2013} = \left(\frac{b}{d}\right)^{2013} = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

Câu 127. (Đề thi HSG 7 THCS Phương Trung 2018-2019)

Tìm số nguyên x để A có giá trị là một số nguyên, biết: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \quad (x \geq 0)$

Lời giải

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$$

A nguyên khi $\frac{4}{\sqrt{x}-3}$ nguyên $\Rightarrow \sqrt{x}-3 \in U(4) = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$

Các giá trị nguyên của x là: 1; 4; 16; 25; 49

Câu 128. (Đề thi HSG 7 THCS X 2018-2019)

Tìm các giá trị nguyên của x để $\frac{x+3}{x-2}$ nhận giá trị nguyên

Lời giải

Ta có: $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-2+5}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-2 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

$\Rightarrow x = 1; 3; -3; 7$

Câu 129. (Đề thi HSG 7 2018-2019)

So sánh hợp lý:

a. $\left(\frac{1}{16}\right)^{200}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

b. $(-32)^{27}$ và $(-18)^{39}$

Lời giải

$$a. \left(\frac{1}{16}\right)^{200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{800} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$$

$$b. 32^{27} = (2^5)^{27} = 2^{135} < 2^{156} = 2^{4 \cdot 39} < 16^{39} < 18^{39}$$

$$\Rightarrow -32^{27} > -18^{39} \Rightarrow (-32)^{27} > (-18)^{39}$$

Câu 130. (Đề thi HSG 7 huyện Giao Thủy 2016-2017)

Thực hiện phép tính : $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2 \\ &= \left(6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1 \right) : \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} + 2\right) : \frac{16}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Câu 131. (Đề thi HSG 7 huyện Trục Ninh 2017-2018)

Thực hiện phép tính:

$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^2 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 13^3}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) E &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^2 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 13^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^4 \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 13^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^4 \cdot 7^3 \cdot (5^6-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^4 \cdot 7^3 \cdot (5^6-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{5^6-7}{5^5 \cdot 9} = \frac{-2429}{6250} \end{aligned}$$

Câu 132. (Đề thi HSG 7 huyện Hà Trung 2015-2016)

Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{25}{7} + \frac{13}{21} - \frac{11}{7} + \frac{17}{21} + \frac{1}{3}$$

$$b) 4\frac{5}{9} : \left(-\frac{5}{7}\right) + \frac{49}{9} : \left(-\frac{5}{9}\right)$$

$$c) \frac{25^2 \cdot 25^3}{5^{10}}$$

$$d) \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{99.101}\right)$$

Lời giải

$$a) \frac{25}{7} + \frac{13}{21} - \frac{11}{7} + \frac{17}{21} + \frac{1}{3}$$

$$= \left(\frac{25}{7} - \frac{11}{7} \right) + \left(\frac{13}{21} + \frac{17}{21} \right) + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{14}{7} + \frac{10}{7} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{24}{7} + \frac{1}{3} = \frac{79}{21}$$

$$b) 4\frac{5}{9} : \left(-\frac{5}{7} \right) + \frac{49}{9} : \left(-\frac{5}{9} \right)$$

$$\left(4\frac{5}{9} + \frac{49}{9} \right) : \left(-\frac{5}{7} \right) = 10 : \left(-\frac{5}{7} \right) = -14$$

$$c) \frac{25^2 \cdot 25^3}{5^{10}} = \frac{5^4 \cdot 5^6}{5^{10}} = 1$$

$$d) \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{99.101} \right)$$

$$= \frac{4}{1.3} \cdot \frac{9}{2.4} \cdot \frac{16}{3.5} \cdot \dots \cdot \frac{10000}{99.101}$$

$$= \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \cdot \dots \cdot \frac{100^2}{99.101}$$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{100}{101} = \frac{200}{101}$$

Câu 133. (Đề thi HSG 7 huyện Quảng Xương 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức

$$a) A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7}$$

$$b) B = \left| \frac{-4}{15} \right| \cdot \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{4} \right)^2$$

$$c) C = \left[\frac{6}{11} \cdot \left(\frac{1}{25} \right)^0 + \frac{5}{33} \cdot 3 \right]^{2018} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^2} \right)^{2019}$$

$$d) D = \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{4}{5} - \frac{11}{11} + \frac{13}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{6}{6} + \frac{8}{8}}$$

Lời giải

Tính giá trị các biểu thức

$$a) A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7} = \left(\frac{15}{34} + \frac{19}{34} \right) + \left(\frac{7}{21} - \frac{20}{15} \right) + \frac{3}{7}$$

$$= 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{3}{7} = 1 + 1 + \frac{3}{7} = \frac{17}{7}$$

$$b) B = \left| \frac{-4}{15} \right| \cdot \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{4} \right)^2 = \frac{4}{15} \cdot \left(\frac{15}{4} \right)^2 = \frac{15}{4}$$

$$c) A = \left[\frac{6}{11} \cdot \left(\frac{1}{25} \right)^0 + \frac{5}{33} \cdot 3 \right]^{2018} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^2} \right)^{2019} = \left[\frac{6}{11} \cdot 1 + \frac{5}{11} \right]^{2018} - \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{64}{16} \right)^{2019} = 1^{2018} - 1^{2019} = 0$$

$$d) D = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

Câu 134. (Đề thi HSG 7 huyện Thường Xuân 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức

$$a) A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

$$b) B = \frac{4^5 \cdot 9^6 - 2 \cdot 6^3}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

$$c) C = \left[18 \frac{1}{6} - \left(0,06 : 7 \frac{1}{2} + 3 \frac{2}{5} \cdot 0,38 \right) \right] : \left(19 - 2 \frac{2}{3} \cdot 4 \frac{3}{4} \right)$$

$$d) D = (1 + 2 + 3 + \dots + 90) \cdot (12,34 - 6,68) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$$

Lời giải

Tính giá trị các biểu thức

$$a) A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2}$$

$$= \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} = \left(\frac{-4-3}{7} + \frac{2+3}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} = 0 \cdot \frac{3}{2} = 0$$

$$b) B = \frac{4^5 \cdot 9^6 - 2 \cdot 6^3}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$c) C = \left[18 \frac{1}{6} - \left(0,06 : 7 \frac{1}{2} + 3 \frac{2}{5} \cdot 0,38 \right) \right] : \left(19 - 2 \frac{2}{3} \cdot 4 \frac{3}{4} \right)$$

$$C = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50} \right) \right] : \left(19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4} \right)$$

$$C = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{323}{5 \cdot 50} \right) \right] : \left(19 - \frac{38}{3} \right) = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{2}{50 \cdot 5} + \frac{323}{5 \cdot 50} \right) \right] : \frac{19}{3}$$

$$= \left[\frac{109}{6} - \frac{325}{5 \cdot 50} \right] : \frac{19}{3} = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95}$$

$$d) D = (1 + 2 + 3 + \dots + 90) \cdot (12,34 - 6,68) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$$

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGA – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$D = (1+2+3+\dots+90) \cdot (12.34 - 6.2.34) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$$

$$D = (1+2+3+\dots+90) \cdot (12.34 - 12.34) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$$

$$D = (1+2+3+\dots+90) \cdot 0 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = 0$$

Câu 135. (Đề thi HSG 7 huyện Đông Hưng 2018-2019)

Hãy tính giá trị của biểu thức:
$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75}$$

Lời giải

$$S = \frac{\frac{3}{13} - 0,6 + \frac{3}{7} + 0,75}{\frac{11}{7} - 2,2 + \frac{11}{13} + 2,75} = \frac{\frac{3}{13} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{7} - \frac{11}{5} + \frac{11}{13} + \frac{11}{4}} = \frac{3 \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \right)}{11 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{4} \right)} = \frac{3}{11}$$

Câu 136. (Đề thi HSG 7 huyện Cẩm Thủy 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức:
$$A = \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2019}}{36 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$$

Lời giải

$$A = \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2019}}{36 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3} = \frac{-\frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^2}{2^4}}{-2^2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5^2} \cdot \frac{5^3}{3^3 \cdot 4^3}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3 \cdot 4}} = 2$$

Câu 137. (Đề thi HSG 7 huyện Hậu Lộc 2013-2014)

Rút gọn biểu thức:
$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3-1)} = \frac{1}{3}$$

Câu 138. (Đề thi HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2014-2015)

a) Tính giá trị của biểu thức
$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

b) Tính giá trị của biểu thức
$$B = 2x^2 - 3x + 1 \text{ với } |x| = \frac{1}{2}.$$

Lời giải

a)
$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

$$A = \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0$$

Vậy $A = 0$

b) Vì $|x| = \frac{1}{2}$ nên
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Với $x = \frac{1}{2}$ thì: $A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 0$

Với $x = -\frac{1}{2}$ thì: $A = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 1 = 3$

Vậy: $A = 0$ với $x = \frac{1}{2}$ và $A = 3$ với $x = -\frac{1}{2}$

Câu 139. (Đề thi HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2015-2016)

Tính:
$$5$$

a) $A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right);$

b) $B = 2016 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{2015} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{2016} - 1 \right)$

Lời giải

a) $A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right)$

$$= \frac{12}{10} : \frac{11}{12} = \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

Vậy $A = \frac{72}{55}$.

b)

$$\begin{aligned} B &= 2016 \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \dots \frac{-2014}{2015} \cdot \frac{-2015}{2016} \\ &= 2016 \cdot \frac{-1}{2016} = -1 \end{aligned}$$

Vậy: $B = -1$

Câu 140. (Đề thi HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2016-2017)

Thực hiện phép tính sau:
$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$\begin{aligned} & \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3} = \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.2^3.7^3} \\ & = \frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^5(3+1)} - \frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+8)} = \frac{2^{12}.3^4.2}{2^{12}.3^5.4} - \frac{5^{10}.7^3.(-6)}{5^9.7^3.9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 141. (Đề HSG 7 huyện

a) So sánh hai số: $(-5)^{39}$ và $(-2)^{91}$

b) Chứng minh rằng : Số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$

Lời giải

a) Ta có:

$$(-5)^{39} = -5^{39} = -(5^3)^{13} = -125^{13}$$

$$(-2)^{91} = -2^{91} = -(2^7)^{13} = -128^{13}$$

Ta thấy: $125^{13} < 128^{13} \Rightarrow -125^{13} > -128^{13} \Rightarrow (-5)^{39} > (-2)^{91}$

b) Ta có:

$$A = 11^{n+2} + 12^{2n+1} = 11^2.11^n + 12.(12^2)^n = 121.11^n + 12.144^n$$

$$= (133 - 12).11^n + 12.144^n = 133.11^n - 12.11^n + 12.144^n$$

$$= 133.11^n + 12.(144^n - 11^n)$$

Ta thấy: $133.11^n : 133$

$$(144^n - 11^n) : (144 - 11) = 133 \Rightarrow 12.(144^n - 11^n) : 133$$

Do đó suy ra : $133.11^n + 12.(144^n - 11^n)$ chia hết cho 133

Vậy số $A = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ chia hết cho 133, với mọi $n \in \mathbb{N}$

Câu 142. (Đề HSG 7 Trường Nguyễn Khuyến 2017 – 2018)

Cho $A = \frac{x^3 - x^2 + 3y}{x^2 - y}$ biết $|x| = \frac{1}{2}$; y là số nguyên âm lớn nhất

Lời giải

Tìm được : $x = \pm \frac{1}{2}; y = -1$

$$\text{Với } x = -\frac{1}{2}, y = -1 \Rightarrow A = \frac{-17}{50}$$

$$\text{Với } x = \frac{1}{2}, y = -1 \Rightarrow A = -\frac{27}{50}$$

Câu 143. (Đề HSG 7 trường)

Tính hợp lý các biểu thức sau:

$$a) 27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}$$

$$b) 2\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$c) \frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}$$

Lời giải

$$a) 27\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} - 13\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \cdot \left(27\frac{1}{4} - 13\frac{1}{4}\right) = 14 \cdot \frac{5}{8} = \frac{35}{4}$$

$$b) 2\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}} = 2\left|\frac{1}{4}\right| + \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$$

$$c) \frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4} = \frac{2^3 \cdot 5 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^2 \cdot 4} = \frac{2^3 \cdot (5+6)}{2^2 \cdot (15-4)} = \frac{2 \cdot 11}{11} = 2$$

Câu 144. (Đề HSG 7 trường 2017 – 2018)

$$a) \text{ Tính } A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{11}{11} + \frac{13}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}}$$

$$b) \text{ Cho 3 số } x, y, z \text{ là 3 số khác 0 thỏa mãn điều kiện: } \frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z},$$

hãy tính giá trị biểu thức:

$$B = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$$

Lời giải

$$a) A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{7} - \frac{11}{11} + \frac{13}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}} = \frac{3\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}}$$

$$= \frac{3 \cdot 135}{\frac{4 \cdot 11 \cdot 13}{5 \cdot 129}} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 135}{4 \cdot 11 \cdot 13} \cdot \frac{7 \cdot 11 \cdot 13}{5 \cdot 129} + \frac{2}{5} = \frac{189}{172} + \frac{2}{5} = \frac{1289}{860}$$

$$b) \text{ Ta có: } \frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z} \Rightarrow \frac{y+z}{x} - 1 = \frac{z+x}{y} - 1 = \frac{x+y}{z} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$$

$$\Rightarrow B = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \frac{x+y}{y} \cdot \frac{y+z}{z} \cdot \frac{z+x}{x}$$

$$= \frac{x+y}{z} \cdot \frac{z+x}{y} \cdot \frac{y+z}{x} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Vậy $B = 8$

Câu 145. (Đề HSG huyện Thái Thịnh 2018 – 2019)

$$a) \text{ Thực hiện phép tính : } P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2018^0 + |-0,4|$$

b) Tìm x thỏa mãn: $(\sqrt{x}-4)(|x+2|-1)(x^2-3)=0$

Lời giải

$$a) P = \sqrt{\frac{9}{25}} + 2018^0 + |-0,4| = \frac{3}{5} + 1 + \frac{2}{5} = 2$$

$$b) x \geq 0$$

$$(\sqrt{x}-4)(|x+2|-1)(x^2-3)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-4=0 \\ |x+2|-1=0 \\ x^2-3=0 \end{cases}$$

Với:

- $\sqrt{x}-4=0 \Rightarrow x=16$ (TM)
- $|x+2|-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=1 \Rightarrow x=-1 \\ x+2=-1 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$
- $x^2-3=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

Vậy $x=\sqrt{3}$ hoặc $x=16$

Câu 146. (Đề thi HSG 7 huyện Việt Yên 2012 -2013)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013} \\ &= \left(\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2012}{2013} \\ &= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2012}{2013} = 0 \end{aligned}$$

Câu 147. (Đề thi HSG 7 cấp trường năm 2014-2015)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \quad B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2011}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}$$

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$= \frac{2^{12}(3^5 - 3^4)}{2^{12}(3^6 + 3^5)} - \frac{5^{10}(7^3 - 7^4)}{5^9 \cdot 7^3(1+8)}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}.$$

$$B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2011}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3} = \frac{\frac{8}{27} \cdot \frac{9}{16} \cdot (-1)}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)} = \frac{\frac{-1}{6}}{\frac{-5}{36 \cdot 12}} = \frac{72}{5}$$

Câu 148. (Đề thi HSG Toán 7 huyện Hiệp Hòa 2016-2017)

Cho $H = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$. Tính 2010^H

Lời giải

Ta có:

$$2H = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} - \dots - 2^2 - 2$$

$$2H - H = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} + \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 - 1$$

$$H = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1 = 1$$

$$\Rightarrow 2010^H = 2010$$

Câu 149. (Đề thi HSG Toán 7 huyện 025 năm học 2017-2018)

$$a) A = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$$

$$b) B = \left[\frac{4}{11} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^0 + \frac{7}{22} \cdot 2\right]^{2010} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4}\right)^{2009}$$

Lời giải

$$a) A = 3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{4}{3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = \frac{-35}{2}$$

$$b) = \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right)^{2010} - \left(\frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6}\right)^{2009} = 1 - 1 = 0$$

Câu 150. (Đề thi HSG Toán 7 huyện Phú Thiện năm học 2015-2016)

Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} \quad b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1} \quad c) \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$$

Lời giải

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} = 4$$

$$b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$$

$$c) \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{2 \cdot 15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

Câu 151. (Đề thi HSG Toán 7 huyện Đức Thọ năm học 2015-2016)

Thực hiện phép tính: $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8.15} + \frac{1}{15.22} + \dots + \frac{1}{43.50}\right) \cdot \frac{4-3-5-7-\dots-49}{217}$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1.8} + \frac{1}{8.15} + \frac{1}{15.22} + \dots + \frac{1}{43.50}\right) \cdot \frac{4-3-5-7-\dots-49}{217} \\ &= \frac{1}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{43} - \frac{1}{50}\right) \cdot \frac{5-(1+3+5+7+\dots+49)}{217} \\ &= \frac{1}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{50}\right) \cdot \frac{5-(12.50+25)}{217} = \frac{1}{7} \cdot \frac{49}{50} \cdot \frac{5-625}{7.31} = \frac{7.7.2.2.5.31}{7.2.5.5.7.31} = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Câu 152. (Đề thi HSG Toán 7 Trường Vĩnh Yên năm học 2018-2019)

Thực hiện phép tính $A = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3} \\ &= \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.2^3.7^3} \\ &= \frac{2^{12}.3^4.(3-1)}{2^{12}.3^5.(3+1)} - \frac{5^{10}.7^3.(1-7)}{5^9.7^3.(1+2^3)} \\ &= \frac{2^{12}.3^4.2}{2^{12}.3^5.4} - \frac{5^{10}.7^3.(-6)}{5^9.7^3.9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 153. (Đề thi HSG Toán 7 Huyện Thiệu Hóa năm học 2016-2017)

Tính hợp lý:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23} & \text{b)} & \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} \\ \text{c)} & (-25).125.4.(-8).(-17) & \text{d)} & \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{7}{-25} + \frac{-18}{25} + \frac{4}{23} + \frac{5}{7} + \frac{19}{23} = \left(\frac{-7}{25} + \frac{-18}{25}\right) + \left(\frac{4}{23} + \frac{19}{23}\right) + \frac{5}{7} = -1 + 1 + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} \\ \text{b)} & \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{11}\right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \cdot 1 + \frac{12}{19} = 1 \\ \text{c)} & (-25).125.4.(-8).(-17) = (-25).4.125.(-8).(-17) = (-100).(-1000).(-17) = -1700000 \\ \text{d)} & \frac{7}{35} \cdot \frac{10}{19} + \frac{7}{35} \cdot \frac{9}{19} - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} \cdot \left(\frac{10}{19} + \frac{9}{19}\right) - \frac{2}{35} = \frac{7}{35} - \frac{2}{35} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Câu 154. (Đề thi HSG Toán 7 Huyện Thiệu Hóa năm học 2016-2017)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right)$$

Lời giải

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017}\right) = \frac{2016}{2017} \end{aligned}$$

Câu 155. (Đề thi HSG Toán 7 Trường 038 năm học 2016-2017)

So sánh hợp lý: a) $\left(\frac{1}{16}\right)^{200}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$ b) $(-32)^{27}$ và $(-18)^{39}$

Lời giải

$$a) \left(\frac{1}{16}\right)^{200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4.200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{800} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$$

$$b) 32^{27} = (2^5)^{27} = 2^{135} < 2^{156} = 2^{4.39} = 16^{39} < 18^{39} \Rightarrow -32^{27} > -18^{39} \Rightarrow (-32)^{27} > (-18)^{39}$$

Câu 156. (Đề thi HSG Toán 7 Trường 039 năm học 2016-2017)

Thực hiện phép tính: $\left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89}$

Lời giải

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49}\right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{12} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49}\right) \cdot \frac{2-(12.50+25)}{89} = -\frac{5.9.7.89}{5.4.7.7.89} = -\frac{9}{28} \end{aligned}$$

Câu 157. (Đề thi HSG Toán 7 Trường THCS TT Hậu A năm học 2017-2018)

Tính giá trị của biểu thức:

$$a) A = \frac{6^3 + 3.6^2 + 3^3}{-13} \quad b) B = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63}\right)$$

Lời giải

$$a) A = \frac{6^3 + 3.6^2 + 3^3}{-13} = \frac{2^3.3^3 + 2^2.3^3 + 3^3}{-13} = \frac{3^3 \cdot (2^3 + 2^2 + 1)}{-13} = -27$$

$$\begin{aligned} b) B &= -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63}\right) \\ &= -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 2\frac{13}{36} + 1\frac{16}{63}\right) \\ &= -5,13 : \left[\left(5-2+1\right) + \left(\frac{5}{28} - \frac{13}{36} + \frac{16}{63}\right)\right] = -5,13 : \left(4 + \frac{1}{14}\right) = -1,26 \end{aligned}$$

Câu 158. (Đề thi HSG Toán 7 Huyện Vĩnh Lộc năm học 2016-2017)

$$a) \text{ Tính giá trị biểu thức } A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5$$

$$b) \text{ Rút gọn biểu thức } B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$$

Lời giải

$$a) A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7,5$$

$$= \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(\frac{-25}{6} + \frac{22}{7}\right) + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{6} : \frac{-43}{42} + \frac{15}{2} = \frac{-245}{43} + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{-490}{86} + \frac{645}{86} = \frac{155}{86}$$

$$b) B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5} = \frac{2^{11}.3^6.(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2}{3}$$

Câu 159. (Đề thi HSG Toán 7 Trường THCS Ân Tường Đông năm học 2014-2015)

Thực hiện phép tính:

$$a) A = -\frac{14}{25}.34,8 - \frac{14}{25}.65,2$$

$$b) B = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left(-\frac{3}{2}\right) - (-7)$$

Lời giải

$$a) A = -\frac{14}{25}.34,8 - \frac{14}{25}.65,2 = -\frac{14}{25}.(34,8 + 65,2) = -\frac{14}{25}.100 = -56$$

$$b) B = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left(-\frac{3}{2}\right) - (-7) = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 7 = \frac{5}{4} - \frac{1}{2} + 7 = \frac{31}{4}$$

Câu 160. (Đề thi HSG Toán 7 Huyện Phú Thiện năm học 2009-2010)

Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} \quad b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1} \quad c) \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

Lời giải

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = 9$$

$$b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = 1$$

$$c) \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{3.9}}{5.2^{10}.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{3.6}} = \frac{2^{29}.3^{18}.(5.2 - 3^2)}{2^{29}.3^{18}.(5.3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

Câu 161. (Đề thi HSG Toán 7 Trường 028 năm học 2015-2016)

$$\text{Tính } A = \left[18\frac{1}{6} - \left(0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}.0,38\right)\right] : \left(19 - 2\frac{2}{3}.4\frac{3}{4}\right)$$

Lời giải

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$\begin{aligned}
 A &= \left[18\frac{1}{6} - \left(0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38 \right) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right) \\
 &= \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{6}{100} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{38}{100} \right) \right] : \left(19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4} \right) \\
 &= \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50} \right) \right] : \left(19 - \frac{38}{3} \right) \\
 &= \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{2}{250} + \frac{323}{250} \right) \right] : \frac{19}{3} \\
 &= \left(\frac{109}{6} - \frac{13}{10} \right) \cdot \frac{3}{19} = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95}
 \end{aligned}$$

Câu 162. (Đề thi HSG 7 Huyện Phú Thiện 2009 -2010)

Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4}$$

$$b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$c) \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$$

Lời giải

$$a) \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = 9$$

$$b) \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}} = \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = 1$$

$$\begin{aligned}
 c) \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} &= \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}} \\
 &= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}
 \end{aligned}$$

Câu 163. (Đề thi HSG 7 Trường Võ Thị Sáu 10-11)

Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}}$$

$$B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{99}{1} + \frac{98}{2} + \frac{97}{3} + \dots + \frac{1}{99}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + 0,5 - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{8} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10}} \\
 &= \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + 2\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)}{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) + 3\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 1 \\
 B &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{99}{1} + \frac{98}{2} + \frac{97}{3} + \dots + \frac{1}{99}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{100-1}{1} + \frac{100-2}{2} + \frac{100-3}{3} + \dots + \frac{100-99}{1}} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\left(\frac{100}{1} + \frac{100}{2} + \frac{100}{3} + \dots + \frac{100}{99}\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \dots + \frac{99}{99}\right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{100 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99}\right) - 99} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{1 + 100 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99}\right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{100 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}\right)} = \frac{1}{100}
 \end{aligned}$$

Câu 164. (Đề thi HSG 7 Trường THCS Ân Tường Đông 14-15)

Cho $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{48} + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}$

và $P = \frac{1}{49} + \frac{2}{48} + \frac{3}{47} + \dots + \frac{48}{2} + \frac{49}{1}$

Hãy tính $\frac{S}{P}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{49} + \frac{2}{48} + \frac{3}{47} + \dots + \frac{48}{2} + \frac{49}{1} = \left(\frac{1}{49} + 1\right) + \left(\frac{2}{48} + 1\right) + \left(\frac{3}{47} + 1\right) + \dots + \left(\frac{48}{2} + 1\right) + 1 \\
 &= \left(\frac{50}{49} + \frac{50}{48} + \frac{50}{47} + \dots + \frac{50}{2}\right) + 1 = \frac{50}{50} + \frac{50}{49} + \frac{50}{48} + \frac{50}{47} + \dots + \frac{50}{2} \\
 &= 50 \cdot \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \frac{1}{48} + \dots + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}}{50 \cdot \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \frac{1}{48} + \dots + \frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{50}
 \end{aligned}$$

Câu 165. (Đề thi HSG 7 Huyện Kim Thành 18-19)

$$a) \text{Tính } A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$$

$$b) \text{Cho } A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017}; B = \frac{1}{2016} + \frac{2}{2015} + \frac{3}{2014} + \dots + \frac{2015}{2} + \frac{2016}{1}.$$

$$\text{Tính } \frac{A}{B}$$

Lời giải

$$a) A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

$$b) B = \frac{1}{2016} + \frac{2}{2015} + \frac{3}{2014} + \dots + \frac{2015}{2} + \frac{2016}{1}$$

$$B = \left(\frac{1}{2016} + 1 \right) + \left(\frac{2}{2015} + 1 \right) + \left(\frac{3}{2014} + 1 \right) + \dots + \left(\frac{2015}{2} + 1 \right) + 1$$

$$B = \frac{2017}{2016} + \frac{2017}{2015} + \frac{2017}{2014} + \dots + \frac{2017}{2} + \frac{2017}{1} = 2017 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} \right)$$

$$\text{Do đó } \frac{A}{B} = \frac{1}{2017}$$

Câu 166. (Đề thi HSG 7 Huyện Kim Thành 18-19)

$$\text{Cho } |x-2| + |y-1| + (x+y-z-2)^{2016} = 0. \text{ Tính giá trị của } A = 5x^2y^{2016}z^{2017}$$

Lời giải

$$\forall |x-2| \geq 0 \quad \forall x; |y-1| \geq 0 \forall y; (x+y-z-2)^{2016} \geq 0 \forall x, y, z$$

$$\text{Do đó } |x-2| + |y-1| + (x+y-z-2)^{2016} = 0 \text{ khi}$$

$$\begin{cases} |x-2| = 0 \\ |y-1| = 0 \\ (x+y-z-2)^{2016} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ y-1 = 0 \\ x+y-z-2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } A = 5 \cdot 2^2 \cdot 1^{2016} \cdot 1^{2017} = 20 \quad \text{Vậy } A = 20.$$

Câu 167. (Đề thi HSG 7 Huyện Yên Lập 17-18)

Tính:

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 M &= \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015} \\
 &= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2014}{2015} = \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{3}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2014}{2015} \\
 &= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2014}{2015} = 0
 \end{aligned}$$

Câu 168. (Đề thi HSG 7 huyện Nga Sơn 2016-2017)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right)$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right)$

Lời giải

a) $A = \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} \right) \left(3\frac{4}{15} - 2\frac{3}{5} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

b) $B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{15} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{210} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \dots \frac{209}{210}$
 $= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30} \dots \frac{418}{420} = \frac{(1 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 6) \cdot (4 \cdot 7) \dots (19 \cdot 22)}{(2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 6) \dots (20 \cdot 21)}$
 $= \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 19) \cdot (4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \dots 22)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 20) \cdot (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \dots 21)} = \frac{11}{30}$

Câu 169. (Đề thi HSG 7 Trường Kỳ Xuân 2017-2018)

Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

Lời giải

$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$
 $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$

Câu 170. (Đề thi HSG 7 huyện Thanh Hà 2016-2017)

Tính:

a) $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$

$$b) (6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$$

Lời giải

$$a) 7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$$

$$= 10,5 \cdot (7,3 + 2,7) + 15 \cdot (7,3 + 2,7)$$

$$= 10,5 \cdot 10 + 15 \cdot 10$$

$$= 105 + 150 = 255$$

$$b) (6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}) : (2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4)$$

$$= (3^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} + 2^{20} \cdot 3^{10}) : (2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8)$$

$$= [2^{19} \cdot 3^{19} \cdot (1 + 2 \cdot 3)] : [2^{18} \cdot 3^9 \cdot (2 + 5)] = (2 \cdot 7) : 7 = 2$$

Câu 171. (Đề thi HSG 7 Trường Phú Khánh 2018-2019)

$$a) \text{Thực hiện phép tính: } A = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$b) \text{So sánh: } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 \text{ và } \sqrt{168}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) A &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\ &= \frac{3 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-\frac{53}{100} - 5 \left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)} = \frac{3 \cdot \left(\frac{165 - 132 + 120 + 110}{1320} \right)}{-\frac{53}{100} - 5 \left(\frac{-66 + 60 + 55}{660} \right)} + \frac{3}{5} \\ &= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{-\frac{53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{-\frac{1749 - 1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740} \end{aligned}$$

$$b) \text{Ta có: } \sqrt{50} > \sqrt{49} = 7; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Vậy } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$$

Câu 172. (Đề thi HSG 7 huyện Chương Mỹ 2017-2018)

$$a) \text{Thực hiện phép tính: } \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$b) \text{So sánh: } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 \text{ và } \sqrt{168}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 a) A &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{53}{100} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\
 &= \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} = \frac{3\left(\frac{165-132+120+110}{1320}\right)}{\frac{-53}{100} - 5\left(\frac{-66+60+55}{660}\right)} + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-53}{100} - 5 \cdot \frac{49}{660}} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \frac{263}{1320}}{\frac{-1749-1225}{3300}} + \frac{3}{5} = \frac{3945}{-5948} + \frac{3}{5} = \frac{-1881}{29740}
 \end{aligned}$$

b) Ta có: $\sqrt{50} > \sqrt{49} = 7; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$

Vậy $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$

Câu 173. (Đề thi HSG 7 TRÀ MY 2018-2019)

Tính $\left(\frac{3}{4} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^2}{5} - 81\right) \cdot \left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{3^{2000}}{2003} - 81\right)$

Lời giải

Trong dãy số có $\frac{3^6}{9} - 81 = 0$ do đó tích bằng 0

Câu 174. (Đề thi HSG 7)

Thực hiện phép tính $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 175. (Đề thi HSG 7 ĐỀ 075)

Tính: $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)} \\
 &= \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7}
 \end{aligned}$$

Câu 176. (Đề thi HSG 7 PGD Lục Nam 2018-2019)

Thực hiện phép tính

$$a) \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$$

$$b) \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$$

Lời giải

$$a) \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$$

$$= \left[6 \cdot \left(\frac{1}{9} \right) + 1 + 1 \right] : \left(-\frac{4}{3} \right) = \left[\frac{2}{3} + 2 \right] : \left(-\frac{4}{3} \right) = \frac{8}{3} : \left(-\frac{4}{3} \right) = -2$$

$$b) \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3} = \frac{\frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3^2}{2^4} \cdot (-1)}{\frac{2^2}{5^2} \cdot \left(-\frac{5^3}{2^6 \cdot 3^3} \right)} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 3}}{\frac{5}{2^4 \cdot 3^3}} = \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{2^4 \cdot 3^3}{5} = \frac{24}{5}$$

Câu 177. (Đề thi HSG 7 huyện Hương Sơn 2017-2018)

$$a) \text{Thực hiện phép tính: } \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$b) \text{So sánh: } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 \text{ và } \sqrt{168}$$

Lời giải

$$A = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$= \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-5 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}$$

$$= -\frac{3}{5} + \frac{3}{5} = 0$$

$$b) \text{Ta có: } \sqrt{50} > \sqrt{49} = 7; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Vậy } \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$$

Câu 178. (Đề thi HSG 7 huyện 2018-2019)

$$a) A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$$

$$b) B = \left[(0,1)^2 \right]^0 + \left[\left(\frac{1}{7} \right)^{-1} \right]^2 \cdot \frac{1}{49} \cdot \left[(2^2)^3 : 2^5 \right]$$

Lời giải

$$a) A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} = \frac{5 \cdot 2^{2 \cdot 15} \cdot 3^{2 \cdot 9} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{3 \cdot 9}}{5 \cdot 2^{10} \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{3 \cdot 6}} = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{5 \cdot 2^{29} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

$$b) B = 1 + 49 \cdot \frac{1}{49} \cdot (2^6 : 2^5) = 1 + 2 = 3$$

Câu 179. (Đề thi HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017-2018)

$$\text{Thực hiện phép tính : } A = \frac{\left(\frac{2}{5} \right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4} \right)^3 : \left(\frac{3}{16} \right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$$

Lời giải

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5} \right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4} \right)^3 : \left(\frac{3}{16} \right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\left(\frac{2}{5} \cdot 5 \right)^7 + \left(\frac{9}{4} : \frac{3}{16} \right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^6 \cdot (2 + 3^3)}{2^7 \cdot (5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}$$

Câu 180. (Đề thi HSG 7 huyện Bồ Trạch 2017-2018)

a) Cho biểu thức: $P = x - 4xy + y$. Tính giá trị của P với $|x| = 1,5; y = -0,75$

$$b) \text{Rút gọn biểu thức } A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

$$a) \text{Ta có: } |x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$$

Với $x = 1,5; y = -0,75$ thì:

$$P = 1,5 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-0,75) - 0,75 = 1,5 \cdot (1 + 3) - 0,75 = 5,25$$

Với $x = -1,5; y = -0,75$ thì:

$$P = -1,5 - 4 \cdot (-1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -6,75$$

$$b) A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} = \frac{1}{6}$$

Câu 181. (Đề thi HSG 7 tỉnh Bắc Giang 2012-2013)

$$\text{Rút gọn : } A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \right)$$

Lời giải

$$A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{12}{10} : \frac{11}{12} = \frac{6}{5} \cdot \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{72}{55}$$

Câu 182. (Đề thi HSG 7 huyện Như Xuân 2018-2019)

$$\text{Thực hiện phép tính : } A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 183. (Đề HSG toán 7 huyện Thanh Chương 2018 - 2019)

Thực hiện phép tính: $M = \frac{-1,2 : \left(1\frac{3}{5} \cdot 1,25\right)}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left(1,08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(5\frac{5}{9} - \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{36}{17}} + 0,6 \cdot 0,5 : \frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: $M = \frac{-1,2 : \left(1\frac{3}{5} \cdot 1,25\right)}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left(1,08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(5\frac{5}{9} - \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{36}{17}} + 0,6 \cdot 0,5 : \frac{2}{5}$

$$= \frac{-1,2 : 2}{0,6} + \frac{\frac{7}{4}}{\frac{119}{36} \cdot \frac{36}{17}} + 0,75 = -1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

Câu 184. (Đề HSG toán 7 THCS Phú Nhuận 204 - 2015)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$$

Lời giải

Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2014}{2015} = \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2014}{2015}$$

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2014}{2015} = 0$$

Câu 185. (Đề HSG huyện Bến Lức 2018 – 2019)

a) Thực hiện phép tính: $A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$

b) Rút gọn: $B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}$.

Lời giải

a) $\left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] = \frac{2}{193} \cdot \frac{193}{17} - \frac{3}{386} \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{17} - \frac{2}{34} + \frac{33}{34} = 1$

$$\left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] = \frac{7}{1931} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{11}{3862} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} = 5$$

$$\Rightarrow A = 1:5 = \frac{1}{5}$$

$$b) (-5)B = (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017} + (-5)^{2018}$$

$$B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}$$

$$\text{Do đó: } (-5)B - B = -6B = (-5)^{2018} - 1 \Rightarrow B = \frac{1 - 5^{2018}}{6}$$

Câu 186. (Đề thi HSG 7 PGD huyện Châu Đức 2018-2019)

$$a) \text{Thực hiện phép tính: } A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$b) \text{Tính giá trị biểu thức: } B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + 17.18.19$$

Lời giải

$$a) A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$$

$$b) 4B = 1.2.3.4 + 2.3.4 \cdot (5-1) + 3.4.5 \cdot (6-2) + \dots + 17.18.19 \cdot (20-16)$$

$$4B = 1.2.3.4 + 2.3.4.5 - 1.2.3.4 + 3.4.5.6 - 2.3.4.5 + \dots + 17.18.19.20 - 16.17.18.19$$

$$4B = 17.18.19.20$$

$$B = 17.18.19.5 = 29070$$

Câu 187. (Đề thi HSG 7 huyện Cẩm Phả 2017-2018)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right)$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2015.2017} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) \dots \left(\frac{2016}{2015} \cdot \frac{2016}{2017} \right) = \frac{2016}{2017}$$

Câu 188. (Đề thi HSG 7 huyện Tam Dương 2017-2018)

Thực hiện phép tính:

$$a) A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

$$b) B = \frac{1}{99.97} - \frac{1}{97.95} - \frac{1}{95.93} - \dots - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3.1}$$

Lời giải

$$a) A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$$

$$= \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{11}{7} \cdot \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \\
 &= \frac{11}{7} \cdot \left(\frac{-7}{7} + \frac{11}{11} \right) \\
 &= \frac{11}{7} \cdot 0 = 0
 \end{aligned}$$

b) $B = \frac{1}{99.97} - \frac{1}{97.95} - \frac{1}{95.93} - \dots - \frac{1}{5.3} - \frac{1}{3.1}$

Ta có :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{99.97} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right); \quad \frac{1}{97.95} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{95} - \frac{1}{97} \right); \quad \frac{1}{95.93} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{93} - \frac{1}{95} \right) \\
 \dots \quad \frac{1}{5.3} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right); \quad \frac{1}{3.1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) \\
 \Rightarrow B &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} - \frac{1}{95} + \frac{1}{97} - \frac{1}{93} + \frac{1}{95} - \dots - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \right) \\
 B &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{99} - \frac{1}{1} \right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{100}{99} = -\frac{50}{99}
 \end{aligned}$$

Câu 189. (Đề thi HSG 7 trường TÀO SƠN huyện ANH SƠN 2017-2018)

Thực hiện phép tính : $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right)^2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{2}$

Lời giải

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right)^2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{9}{16} - \frac{13}{6} = \frac{8}{9} - \frac{13}{6} = \frac{-23}{18}$$

Câu 190. (Đề thi HSG 7 trường VỊ THANH 2018-2019)

Không sử dụng máy tính hãy so sánh:

$$A = 2.1 + 2.3 + 2.5 + \dots + 2.99 \text{ và } B = 2.2 + 2.4 + 2.6 + \dots + 2.98 + 100$$

Lời giải

$$B = 2.2 + 2.4 + 2.6 + \dots + 2.98 + 100$$

$$A = 2.1 + 2.3 + 2.5 + \dots + 2.99$$

$$B - A = 2 + 2 + 2 + \dots + 2 + 2(50 - 99) = 2.49 + 2.(-49) = 0$$

$$\Rightarrow A = B$$

Câu 191. (Đề thi HSG 7 huyện Hậu Lộc 2016-2017)

a) Cho biểu thức: $P = x - 4xy + y$. Tính giá trị của P với $|x| = 1,5; y = -0,75$.

b) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$.

Lời giải

a) Ta có: $|x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$

Với $x = 1,5; y = -0,75$ thì: $P = 1,5 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-0,75) - 0,75 = 1,5 \cdot (1 + 3) - 0,75 = 5,25$

Với $x = -1,5; y = -0,75$ thì: $P = -1,5 - 4 \cdot (-1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -6,75$

$$b) A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3-1)} = \frac{1}{3}$$

Câu 192. (Đề thi HSG 7 huyện Dương Nam 2017-2018)

Cho các số $0 < a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{15}$. Chứng minh rằng: $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{a_5 + a_{10} + a_{15}} < 5$.

Lời giải

Ta có:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 < 5a_5$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} < 5a_{10}$$

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} < 5a_{15}$$

$$\text{Suy ra } a_1 + a_2 + \dots + a_{15} < 5(a_5 + a_{10} + a_{15})$$

$$\text{Vậy } \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}}{a_5 + a_{10} + a_{15}} < 5.$$

Câu 193. (Đề HSG toán 7 THCS Nguyễn Thích 2017 - 2018)

$$a) \text{ Tính giá trị biểu thức } A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5$$

$$b) \text{ Rút gọn biểu thức } B = \frac{2 \cdot 8^4 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$$

Lời giải

$$a) \text{ Ta có: } A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7} \right) + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

$$b) B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4} = \frac{2 \cdot (2^3)^4 \cdot (3^3)^2 + 2^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7 + 2^7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot (3^2)^4} = \frac{2^{13} \cdot 3^6 + 2^{11} \cdot 3^9}{2^{14} \cdot 3^7 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{11} \cdot 3^6 \cdot (2^2 + 3^3)}{2^{10} \cdot 3^7 \cdot (2^4 + 3 \cdot 5)} = \frac{2}{3}$$

Câu 194. (Đề HSG toán 7 huyện Phú Ninh 2018 - 2019)

Thực hiện phép tính:

$$a) A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

a)

$$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}}$$

$$= \frac{5 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13 \cdot \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right)}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}} = \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13}$$

b)

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} = \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

Câu 195. (Đề thi HSG 7 trường THCS Hồng Đà 2015 - 2016)

Tính giá trị biểu thức: $\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$

Lời giải

$$\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} = \frac{2^{12} \cdot 78}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 16}{3^9 \cdot 16} = 3 + 3 = 6$$

Câu 196. (Đề thi HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

So sánh hợp lý:

a) $\left(\frac{1}{16}\right)^{200}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

b) $(-32)^{27}$ và $(-18)^{39}$

Lời giải

a) $\left(\frac{1}{16}\right)^{200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{800} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

b) $32^{27} = (2^5)^{27} = 2^{135} < 2^{156} = 2^{4 \cdot 39} < 16^{39} < 18^{39}$

$\Rightarrow -32^{27} > -18^{39} \Rightarrow (-32)^{27} > (-18)^{39}$

Câu 197. (Đề thi HSG 7 – Huyện Yên Lạc 2019 2020)

Tính $A = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{2012^2} - 1\right)$

Lời giải

Ta có $A = \left(\frac{1-2^2}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{1-3^2}{3^2}\right) \cdots \left(\frac{1-2012^2}{2012^2}\right) =$

$= \left(\frac{-1 \cdot 3}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{-2 \cdot 4}{3^2}\right) \cdots \left(\frac{-2011 \cdot 2013}{2012^2}\right)$

$$= \frac{1.2.3...2011}{2.3...2012} \cdot \frac{3.4...2013}{2.3.4...2012} = \frac{1}{2012} \cdot \frac{2013}{2} = \frac{2013}{4024}$$

Câu 198. (Đề thi HSG 7 – Huyện Ý Yên 2015 - 2016)

Tính giá trị của biểu thức

$$A = (-1)^3 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot (-7) \cdot \left(-\frac{1}{14}\right)$$

$$B = 2016 : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} \cdot \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} 1) A &= (-1) \cdot \frac{(-7)^3}{8^3} \cdot \frac{(-2)^2}{7^2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{(-1) \cdot (-7)^3 \cdot (-2)^2}{2^9 \cdot 7^2 \cdot 2} = \frac{(-1) \cdot (-7) \cdot (-1)}{2^8} = \frac{-7}{256} \end{aligned}$$

2) Tính:

$$*) \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} = \frac{2}{7} \quad (\text{vì } \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \neq 0)$$

$$*) \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} = \frac{-7 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)}{2 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)} = \frac{-7}{2} \quad (\text{vì } \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \neq 0)$$

$$\Rightarrow B = 2016 : \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2}\right) = -2016$$

Câu 199. (Đề thi HSG 7 – Huyện Phú Thiện 2009 – 2010)

Thực hiện phép tính

$$a. \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} \cdot ;$$

$$b. \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1} ;$$

$$c. \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^{10} \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} \cdot$$

Lời giải

$$a. \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4}$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{1} + \frac{9}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

$$b, \frac{45}{19} - \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{45}{19} - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + 4}}$$

$$= \frac{45}{19} - \frac{26}{19} = \frac{19}{19} = 1$$

$$c, \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{2.15}.3^{2.9} - 2^2.3^{20}.2^{3.9}}{5.2^{10}.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{3.6}}$$

$$= \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{29}.3^{18}(5.3 - 7)}$$

$$= \frac{10 - 9}{15 - 7} = -\frac{1}{8}$$

Câu 200. Đề thi HSG 7 – Huyện Vũ Thư 2015 - 2026)

1. Thực hiện phép tính:

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$$

$$B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4 \cdot (-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2} \right)^2 : (7^3 \cdot 11^6)$$

2. Cho các số a, b, c khác 0 thỏa mãn: $\frac{a-b+c}{2b} = \frac{c-a+b}{2a} = \frac{a-c+b}{2c}$

Tính giá trị biểu thức: $P = \left(1 + \frac{c}{b} \right) \cdot \left(1 + \frac{b}{a} \right) \cdot \left(1 + \frac{a}{c} \right)$

Lời giải

1) Tính $A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$

$$A = \left[\frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{25} + \frac{11}{50} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$$

$$A = 1 : \left[\frac{1}{2} + \frac{1007}{2016} \right]$$

$$A = 1 : \left(\frac{2015}{2016} \right)$$

$$A = \frac{2016}{2015}$$

Vậy $A = \frac{2016}{2015}$

b) Tính $B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4 \cdot (-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2}\right)^2 : (7^3 \cdot 11^6)$

$$B = \frac{1}{-7^2 \cdot 11^2} \cdot 7^4 \cdot 11^2 \cdot 7^5 \cdot 11^5 \cdot \frac{1}{7^4} \cdot \frac{1}{7^3 \cdot 11^6}$$

$$B = -\frac{7^9 \cdot 11^7}{7^9 \cdot 11^8}$$

$$B = -\frac{1}{11}$$

Vậy $B = -\frac{1}{11}$.

2)

$$P = \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) = \frac{b+c}{b} \cdot \frac{a+b}{a} \cdot \frac{c+a}{c} = \frac{b+c}{a} \cdot \frac{a+b}{c} \cdot \frac{c+a}{b} \text{ với } a, b, c \neq 0$$

$$\text{Khi } a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=-c \\ b+c=-a \\ c+a=-b \end{cases} \Rightarrow P = \frac{-a}{a} \cdot \frac{-c}{c} \cdot \frac{-b}{b} = -1$$

Khi $a+b+c \neq 0$, áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta

$$\text{có: } \frac{a-b+c}{2b} = \frac{c-a+b}{2a} = \frac{a-c+b}{2c} = \frac{a-b+c+c-a+b+a-c+b}{2(c+a+b)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a+c}{2b} = \frac{c+b}{2a} = \frac{a+b}{2c} = 1 \Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{c+b}{a} = \frac{a+b}{c} = 2 \Rightarrow P = 8$$

Câu 201. (Đề thi HSG 7 – Huyện Yên Mô 2017 – 2018)

Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} \quad B = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2}$$

Lời giải

$$A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{1}{3}$$

$$B = 3^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{2} = 3^2 - \left(\frac{9 \cdot 4}{4 \cdot 3}\right)^3 + \frac{1}{2} = 9 - 27 + \frac{1}{2} = \frac{-35}{2}$$

Câu 202. (Đề thi HSG 7 – Huyện Thái Thụy 2015 – 2016)

$$\text{Tính } A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$$

Lời giải

$$A = \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3}$$

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{3}{5} \right) : \frac{2}{3} \\ &= \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] : \frac{2}{3} = 0 : \frac{2}{3} = 0 \end{aligned}$$

Vậy : $A = 0$

Câu 203. (Đề HSG 7 – Huyện Sơn Dương 2015-2016)

Thực hiện phép tính: $A = \frac{2^{12} - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

Tính tổng: $S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 + \dots + (-3)^{2015} \\ \Rightarrow -3S &= (-3) \cdot [(-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}] = (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016} \\ \Rightarrow -3S - S &= [(-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016}] - (3^0 - (-3)^1 - \dots - (-3)^{2015}) \\ \Rightarrow -4S &= (-3)^{2016} - 1 \\ \Rightarrow S &= \frac{(-3)^{2016} - 1}{-4} = \frac{3^{2016} - 1}{-4} = \frac{1 - 3^{2016}}{4} \end{aligned}$$

Câu 204. (Đề thi HSG 7 – Trường Nguyễn Chí – Huyện Đông Sơn 2017 – 2018)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$

c) Tìm đa thức M biết rằng : $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn

$$(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0.$$

Lời giải

a) $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5 \right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7} \right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2} \right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7} \right) + \frac{15}{2}$

$$= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$$

$$b) B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2.(2^3)^4.(3^3)^2 + 2^2.2^9.3^9}{2^7.2^7.3^7 + 2^7.2^3.5.(3^2)^4} = \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5}$$

$$= \frac{2^{11}.3^6.(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2}{3}$$

$$c) M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \geq 0$$

$$\text{Mà } (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases} \cdot \text{Thay vào ta được}$$

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$$

Câu 205. (Đề thi HSG 7 – Huyện Gia Viễn 2019 – 2020)

$$a, \text{ Tính: } A = \frac{0.375 - 0.3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0.625 + 0.5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1.5 + 1 - 0.75}{2.5 + \frac{5}{3} - 1.25}$$

$$b, \text{ Rút gọn: } B = \frac{4^5.9^4 - 2.6^9}{2^{10}.3^8 + 6^8.20}$$

Lời giải

$$a. A = \frac{0.375 - 0.3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0.625 + 0.5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1.5 + 1 - 0.75}{2.5 + \frac{5}{3} - 1.25} = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$$

$$A = \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}$$

$$A = \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} = 0$$

b.

$$B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5}$$

$$= \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

Câu 206. (Đề thi HSG 7 - Huyện Gia Viễn 2019 - 2020)

a. Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$.

b. So sánh: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$.

Lời giải

a. So sánh: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$.

Ta có

$$\sqrt{17} > \sqrt{16} = 4; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > \sqrt{16} + \sqrt{25} + 1 = 4 + 5 + 1 = 10$$

$$\sqrt{99} < \sqrt{100} = 10$$

Vậy $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > \sqrt{99}$

$$b) \frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{10}; \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{10}; \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{10}; \dots; \frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Vậy: } \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 100 \cdot \frac{1}{10} = 10$$

Câu 207. (Đề thi HSG 7 – Cấp Huyện mã T21 - 2019 – 2020)

$$\text{Tính } M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2012}{2013}$$

$$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2012}{2013}$$

$$= \left(\frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)}{7 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2012}{2013}$$

GIÁO VIÊN: LÊ THỊ NGÀ – TRƯỜNG THCS TÂY HỒ

$$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2012}{2013} = 0$$