Chuyên đề 9.MỘT SỐ BÀI TOÁN GIÁ TRỊ BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Câu 1. **(Đề thi HSG 7 Cấp Trường năm 2014 -2015)**

Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc R. Biết rằng với mọi x ta đều có

$f(x)+3.f\left(\frac{1}{x}\right)=x^2$. Tính $f(2)$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)+3.f\left(\frac{1}{x}\right)=x^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

Với x =2 $\Rightarrow f(2)+3.f\left(\frac{1}{2}\right)=2.2=4$

$\Rightarrow f(2)+3f\left(\frac{1}{2}\right)=4$ (1)

Với $x=\frac{1}{2}\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)+3f(2)=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow 3f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\Rightarrow 9f(2)+3f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 8f(2)=\frac{3}{4}-4=\frac{-13}{4}$

$\Rightarrow f(2)=\frac{-13}{32}$.

Câu 2. **(Đề thi HSG 7 huyện Xuân Dương 2013-2014)**

Tính giá tri của biểu thức $6x^2+5x-2$ tại x thỏa mãn $|x-2|=1$

Lời giải

.Ta có $|x-2|=1$

$*x-2=1\Leftrightarrow x=3$

$*x-2=-1\Leftrightarrow x=1$

Thay $x=1$ vào biểu thức ta được : $6.1^2+5.1-2=9$

Thay $x=3$ vào biểu thức ta được $6.3^2+5.3-2=67$

Câu 3. **(Đề thi HSG Toán 7 huyện 025 năm học 2017-2018)**

Tính giá trị của biểu thức $C=\frac{2x^2-5x+3}{2x-1}$ tại $x=\left|\frac{3}{2}\right|$

Lời giải

$$|x|=\frac{3}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{2.\left(-\frac{3}{2}\right)^2-5.\left(-\frac{3}{2}\right)+3}{2.\left(-\frac{3}{2}\right)-1}=\frac{-15}{4}\\ x=-\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{2.\left(\frac{3}{2}\right)^2-5.\left(\frac{3}{2}\right)+3}{2.\left(\frac{3}{2}\right)-1}=0\end{array}\right.$$

Câu 4. (Đề thi HSG Toán 7 huyện Thăng Bình năm học 2018-2019)

Cho đa thức A = 2x.(x - 3) – x(x -7)- 5(x - 403).

a) Tính giá trị của A khi x = 4. b) Tìm x để A = 2015

Lời giải

Ta có $A = 2x^2 – 6x – x^2 + 7x – 5x + 2015 = x^2 – 4x + 2015$

a) Với x = 4 ta được A = 2015

b) $A = 2015 \Rightarrow x^2 – 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$

Câu 5. (Đề thi HSG Toán 7 Trường Vĩnh Yên năm học 2018-2019)

Cho biết xyz=1. Tính giá trị $A = \frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{xz+z+1}$

Lời giải

$$\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{xz+z+1}=\frac{xz}{xyz+xz+z}+\frac{xyz}{xyz^2+xyz+xz}+\frac{z}{xz+z+1}=$$

$$\frac{xz}{1+xz+z}+\frac{xyz}{z+1+xz}+\frac{z}{xz+z+1}=\frac{xyz+xz+1}{xyz+xz+1}=1$$

Câu 6. (Đề thi HSG Toán 7 Huyện Thiệu Hóa năm học 2016-2017)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $B=2x^2-3x+5$ với $|x|=\frac{1}{2}$

b) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x-y=0$

Lời giải

a) Vì $|x|=\frac{1}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\Rightarrow B=2.\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\frac{1}{2}+5=4\\ x=-\frac{1}{2}\Rightarrow B=2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(-\frac{1}{2}\right)+5=7\end{array}\right.$

b) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$

$=2(x-y)+13x^3y^2(x-y)-15xy(x-y)+1=1$ (vì $x-y=0$)

Câu 7. (Đề thi HSG Toán 7 Trường THCS Nguyễn Khuyến năm học 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức $A=\frac{x^3-x^2+3y}{x^2-y}$ biết $|x|=\frac{1}{2}$; y là số nguyên âm lớn nhất

Lời giải

Tìm được $x=\pm\frac{1}{2}; y=-1$

Với $x=-\frac{1}{2}; y=-1\Rightarrow A=-\frac{17}{50}$

Với $x=\frac{1}{2}, y=-1\Rightarrow A=-\frac{27}{50}$

Câu 8. (Đề thi HSG Toán 7 Huyện Triệu sơn năm học 2015-2016)

Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $B=2x^2-3x+5$ với $|x|=\frac{1}{2}$

b) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x-y=0$

Lời giải

a) Vì $|x|=\frac{1}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Với $x=\frac{1}{2}\Rightarrow B=2.\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\frac{1}{2}+5=4$

Với $x=-\frac{1}{2}\Rightarrow B=2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(-\frac{1}{2}\right)+5=7$

Vậy $B=4$ khi $x=\frac{1}{2}$ và $B=7$ khi $x=-\frac{1}{2}$

b) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$

$=2(x-y)+13x^3y^2(x-y)-15xy(x-y)+1=1(x-y=0)$

Câu 9. (Đề thi HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2017-2018)

a)Cho biểu thức: $M=a+2ab-b$. Tính giá trị của M với $|a|=1,5; b=-0,75$

b)Xác định dấu của c, biết rằng $2a^3bc$ trái dấu với $-3a^5b^3c^2$

Lời giải

$$a)|a|=1,5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=1,5,b=-0,75\Rightarrow M=a+2ab-b=1,5+2.1,5.(-0,75)=0\\a=-1,5,=-0,75\Rightarrow M=a+2ab-b=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

b)Do $2a^3bc$ và $-3a^5b^3c^2$ trái dấu nên $a\neq 0;b\neq 0;c\neq 0$

$2a^3bc.\left(-3a^5b^3c^2\right)<0$

$\Leftrightarrow -6a^8b^4c^3<0\Leftrightarrow a^8b^4c^3>0$

$\Leftrightarrow c^3>0\Leftrightarrow c>0\left(do...a^8b^4>0\forall a,b\neq 0\right)$

Vậy $c>0$ tức là mang dấu dương.

Câu 10. (Đề thi HSG 7 Trường Thanh Văn 2017-2018)

Cho đa thức: $f(x)=x^{17}-2000x^{16}+2000x^{15}-2000x^{14}+.....+2000x-1$

Tính giá trị của đa thức tại $x=1999$

Lời giải

$f(x)=x^{17}-1999x^{16}-x^{16}+1995x^{15}+x^{15}-1999x^{14}-x^{14}+.....+1999x+x-1$

$f(1999)=1999^{17}-1999^{17}-1999^{16}+1999^{16}+1999^{15}-1999^{15}+....+1999^2+1999-1$

$=1999-1=1998$

Câu 11. (Đề thi HSG 7 huyện Khoái Châu 2014-2015)

Cho biểu thức $A=\dfrac{3x^3-x^2-3x+2005}{3x^4-x^3+3x+2014}$. Tính giá trị của biểu thức với $x=\dfrac{1}{3}$

Lời giải

$b)x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow 3x=1\Rightarrow 3x-1=0$

$\Rightarrow A=\dfrac{x^2(3x-1)-(3x-1)+2014}{x^3(3x-1)+(3x-1)+2015}=\dfrac{2014}{2015}$

Câu 12. (Đề thi HSG 7 TRÀ MY **2018-2019)**

Tính giá tri của biểu thức $6x^2+5x-2$ tại x thỏa mãn $|x-2|=1$

Lời giải

Ta có $|x-2|=1$

$*x-2=1\Leftrightarrow x=3$

$*x-2=-1\Leftrightarrow x=1$

Thay $x=1$ vào biểu thức ta được : $6.1^2+5.1-2=9$

Thay $x=3$ vào biểu thức ta được $6.3^2+5.3-2=67$

Câu 13. (Đề thi HSG Đề 073)

Tính giá trị của đa thức sau:

$A = x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + ... + x^{100}$ tại $x = -1.$

Lời giải

$A = (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + ... + (-1)^{100} = 1 + 1 + 1 + ... + 1 = 50$ (có 50 số hạng)

Câu 14. (Đề thi HSG 7 Huyện Bố Trạch 2017-2018)

Cho đa thức $A(x) = x + x^2 + x^3 + ... + x^{99} + x^{100}$

Tính giá trị của đa thức $A(x)$ tại $x = \frac{1}{2}$

Lời giải

Với $x = \frac{1}{2}$ thì giá trị của đa thức $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}$

$$\Rightarrow 2A = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}\right) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}}$$

$$\Rightarrow 2A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}\right) + 1 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow 2A = A + 1 - \frac{1}{2^{100}}$$

$$\Rightarrow A = 1 - \frac{1}{2^{100}}$$

Câu 15. (Đề thi HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017-2018)

Cho các số thực dương a và b thỏa mãn:

$a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = a^{2014} + b^{2015}$

Lời giải

Ta có đẳng thức : $a^{102} + b^{102} = \left(a^{101} + b^{101}\right)(a + b) - ab\left(a^{100} + b^{100}\right)$ với mọi a, b

Kết hợp với : $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$

Suy ra : $1 = (a + b) - ab \Leftrightarrow (a - 1)(b - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a - 1 = 0 \\ b - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \Rightarrow 1 + b^{100} = 1 + b^{101} = 1 + b^{102} \Rightarrow b = 1 \\ b = 1 \Rightarrow 1 + a^{100} = 1 + a^{101} = 1 + a^{102} \Rightarrow a = 1 \end{array}\right.$$

Do đó: $P = a^{2014} + b^{2014} = 1^{2004} + 1^{2005} = 2$

Câu 16. (Đề HSG toán 7 THCS Phú Nhuận 2014 - 2015)

Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện: $\frac{a + b - c}{c} = \frac{b + c - a}{a} = \frac{c + a - b}{b}$

Hãy tính giá trị của biểu thức $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)$

Lời giải

+Nếu $a+b+c\neq 0$, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=1$

Mà $\frac{a+b-c}{c}+1=\frac{b+c-a}{a}+1=\frac{c+a-b}{b}+1=2\Rightarrow\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=2$

Vậy $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\left(\frac{b+a}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right)=8$

+Nếu $a+b+c=0$, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=0$

Mà $\frac{a+b-c}{c}+1=\frac{b+c-a}{a}+1=\frac{c+a-b}{b}+1=1\Rightarrow\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=1$

Vậy $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\left(\frac{b+a}{a}\right).\left(\frac{c+a}{c}\right).\left(\frac{b+c}{b}\right)=1$

Câu 17. (Đề thi HSG 7 huyện Sông Lô 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức $N=xy^2z^3+x^3y^4z^5+....+x^{2014}y^{2015}z^{2016}$ tại $x=-1;\ y=-1;z=-1$

Lời giải

Ta có: $N=xyz.yz^2+x^2y^2z^2.yz^2+x^3y^3z^3yz^2+.....+x^{2014}y^{2014}z^{2014}yz^2$

Thay $y=1;z=-1$ ta được:

$N=-xyz-x^2y^2z^2-x^3y^3z^3-.....-x^{2014}y^{2014}z^{2014}$

$=-(xyz)-(xyz)^2-(xyz)^3-.....-(xyz)^{2014}$

Thay $xyz=-1$ ta được: $N=1-1+1-1+.....+1-1=0$

Vậy $N=0$

Câu 18. (Đề thi HSG 7 huyện Cẩm Phả 2017-2018)

$C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x-y=0$

Lời giải

$C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$

$=2(x-y)+13x^3y^2(x-y)-15xy(x-y)+1=1(x-y=0)$

Câu 19. (Đề thi HSG 7 huyện Dương Nam 2017 - 2018)

Tính giá trị biểu thức $P=\left|a-\frac{1}{2014}\right|+\left|a-\frac{1}{2016}\right|$, với $a=\frac{1}{2015}$.

Lời giải

Thay $a=\frac{1}{2015}$ vào biểu thức $P=\left|\frac{1}{2015}-\frac{1}{2014}\right|+\left|\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}\right|$.

Ta có:

$$P=\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015}+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}$$

$$P=\frac{1}{2014}-\frac{1}{2016}=\frac{2016-2014}{2014.2016}$$

$$P=\frac{2}{2014.2016}=\frac{1}{1007.2016}=\frac{1}{2030112}$$

Câu 20. (Đề thi HSG 7 trường THCS Lý Tự Trọng 2018 - 2019)

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x}=\frac{x+z+2}{y}=\frac{x+y-3}{z}=\frac{1}{x+y+z}$

Tính giá trị của biểu thức $A=2016.x+y^{2017}+z^{2017}$

Giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\frac{y+z+1}{x}=\frac{x+z+2}{y}=\frac{x+y-3}{z}=\frac{1}{x+y+z}=2$$

$$\Rightarrow x+y+z=0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x}=\frac{0,5-y+2}{y}=\frac{0,5-z-3}{z}=2$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{2}; y=\frac{5}{6}; z=\frac{-5}{6}$$

Khi đó ta có $2016.x+y^{2017}+z^{2017}=2016.\frac{1}{2}+0=1008$

Khi đó ta có $2016.\frac{1}{2}+0=1008$

Vậy với x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x}=\frac{x+z+2}{y}=\frac{x+y-3}{z}=\frac{1}{x+y+z}$

Thì giá trị của biểu thức $2016.x+y^{2017}+z^{2017}$ là 1008

Câu 21. (Đề thi HSG 7 – Huyện Sông Lô 2015 – 2016)

Tính giá trị của biểu thức: $N = xy^2z^3+x^2y^3z^4+x^3y^4z+....+x^{2014}y^{2015}z^{2016}$ tại:
$x=-1; y=-1; z=-1$.

Lời giải

Ta có : $N = xyz.yz^2+x^2y^2z^2.yz^2+x^3y^3z^3.yz^2+...+x^{2014}y^{2014}z^{2014}.yz^2$

Thay $y = 1; z = -1$ ta được:

$N = -xyz-x^2y^2z^2-x^3y^3z^3-...-x^{2014}y^{2014}z^{2014}$

$= -(xyz) - (xyz)^2 - (xyz)^3 - ... - (xyz)^{2014}$.

Thay $xyz = -1$ được:

N = 1 - 1 + 1 – 1+... +1- 1 = 0

Vậy $N=0$

Câu 22. (Đề thi HSG 7 huyện Tân An 2017-2018)

Cho đa thức $A=2x.\left(x-3\right)-x\left(x-7\right)-5\left(x-403\right)$

Tính giá trị của A khi $x=4$. Tìm x để A=2015

Lời giải

Ta có $A=2x^2-6x-x^2+7x-5x+2015$

$=x^2-4x+2015$

A, Với $x=4$ ta được $A=2015$

$A=2015 \Rightarrow x^2-4x=0 \Rightarrow x\left(x-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$

Câu 23. (Đề thi HSG 7 Lộc Hà 2018-2019)

Cho a,b,c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện : $\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}$

Hãy tính giá trị của biểu thức $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)$

Lời giải

+Nếu $a+b+c\neq 0$, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=1$

Mà $\frac{a+b-c}{c}+1=\frac{b+c-a}{a}+1=\frac{c+a-b}{b}+1=2 \Rightarrow \frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=2$

Vậy $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\left(\frac{b+a}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right)=8$

+Nếu $a+b+c=0$, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=0$

Mà $\frac{a+b-c}{c}+1=\frac{b+c-a}{a}+1=\frac{c+a-b}{b}+1=1 \Rightarrow \frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=1$

Vậy $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\left(\frac{b+a}{a}\right).\left(\frac{c+a}{c}\right).\left(\frac{b+c}{b}\right)=1$

Câu 24. (Đề thi HSG 7 Hương Khê 2016-2017)

Cho a,b,c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện $\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}$

Hãy tính giá trị của biểu thức $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)$

Lời giải

Nếu $a+b+c\neq 0$, Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=1$

Mà $\frac{a+b-c}{c}+1=\frac{b+c-a}{a}+1=\frac{c+a-b}{b}+1=2\Rightarrow\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=2$

Vậy $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\left(\frac{b+c}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right)=8$

+)Nếu $a+b+c=0$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=0$

Mà $\frac{a+b-c}{c}+1=\frac{b+c-a}{a}+1=\frac{c+a-b}{b}+1=1\Rightarrow\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=1$

Vậy $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\left(\frac{b+c}{a}\right)\left(\frac{c+a}{c}\right)\left(\frac{b+c}{b}\right)=1$

Câu 25. (Đề thi HSG 7 Hoài Nhơn 2018-2019)

Cho $x,y,z\neq 0$ và $x-y-z=0.$ Tính giá trị biểu thức $B=\left(1-\frac{z}{x}\right)\left(1-\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)$

Lời giải

Ta có: $B=\left(1-\frac{z}{x}\right)\left(1-\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)=\frac{x-z}{x}.\frac{y-z}{y}.\frac{z+y}{z}$

Từ $x-y-z=0\Rightarrow x-z=y;y-x=-z;y+z=x$

Suy ra $B=\frac{y}{x}.\frac{-z}{y}.\frac{x}{z}=-1\left(x,y,z\neq 0\right)$

Câu 26. (Đề thi HSG 7 Hoài Nhơn 2018-2019)

Tính giá trị của biểu thức $C=2x^5-5y^3+2015$ tại x,y thỏa mãn:

$|x-1|+(y+2)^{20}=0$

Lời giải

Do $|x-1|\geq 0;(y+2)^{20}\geq 0\Rightarrow|x-1|+(y+2)^{20}\geq 0$ với mọi x,y

Kết hợp $|x-1|+(y+2)^{20}=0\Rightarrow\begin{cases}|x-1|=0\\(y+2)^{20}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$

Giá trị của biểu thức $C=2x^5-5y^3+2015$ tại $x=1,y=-2$ là:

$C=2.1^5-5.(-2)^3+2015=2057$

Vậy $C=2057$

Câu 27. (Đề thi HSG 7 Hoài Nhơn 2018-2019)

Cho 20 số nguyên khác 0: $a_1,a_2,a_3,.....,a_{20}$ có các tính chất sau:

* a_1 là số dương

*Tổng của ba số viết liền nhau bất kỳ là một số dương.

*Tổng của 20 số đó là số âm

Chứng minh rằng: $a_1.a_{14}+a_{14}.a_{12}<a_1.a_{12}$

Lời giải

Ta có:

$a_1+(a_2+a_3+a_4)+.....+(a_{11}+a_{12}+a_{13})+a_{14}+(a_{15}+a_{16}+a_{17})+(a_{18}+a_{19}+a_{20})<0$

$a_1>0, a_2+a_3+a_4>0;.....;a_{11}+a_{12}+a_{13}>0; a_{15}+a_{16}+a_{17}>0; a_{18}+a_{19}+a_{20}>0\Rightarrow a_{14}<0$ Cũng như vậy:

$(a_1+a_2+a_3)+.....+(a_{10}+a_{11}+a_{12})+a_{13}+a_{14}+(a_{15}+a_{16}+a_{17})+(a_{18}+a_{19}+a_{20})<0$ Mặt

$\Rightarrow a_{13}+a_{14}<0$ khác, $a_{12}+a_{13}+a_{14}>0\Rightarrow a_{12}>0$

Từ các điều kiện $a_1>0; a_{12}>0; a_{14}<0\Rightarrow a_1.a_{14}+a_{14}.a_{12}<a_1a_{12}(dfcm)$

Câu 28. (Đề thi HSG 7 Võ Thị Sáu 2016-2017)

Tính giá trị biểu thức:

$A=\dfrac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$ với $a=\dfrac{1}{3}; b=-2; x=\dfrac{3}{2}; y=1$

Lời giải

$A=\dfrac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$

$=\dfrac{a(-x-y)+b(-x-y)-a(b-x)+y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$

$=\dfrac{-ax-ay-bx-by-ab+ax+by-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}$

$=\dfrac{-ay-bx-ab-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\dfrac{-xy+ay+ab+by}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\dfrac{-1}{abxy}$

Với $a=\dfrac{1}{3}; b=-2; x=\dfrac{3}{2}; y=1\Rightarrow A=\dfrac{-1}{\frac{1}{3}.(-2).\frac{3}{2}.1}=-1$

Câu 29. (Đề thi HSG 7 đề 139 năm 2015-2016)

Cho các số a,b,c khác 0 thỏa mãn $\dfrac{ab}{a+b}=\dfrac{bc}{b+c}=\dfrac{ca}{c+a}$

Tính giá trị của biểu thức $M=\dfrac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$

Lời giải

$\dfrac{ab}{a+b}=\dfrac{bc}{b+c}=\dfrac{ca}{c+a}\Leftrightarrow\dfrac{abc}{(a+b)c}=\dfrac{bca}{(b+c)a}=\dfrac{cab}{(c+a)b}$

$\frac{abc}{ac+bc}=\frac{abc}{ab+ac}\Leftrightarrow ac+bc=ab+ac\Leftrightarrow bc=ab\Leftrightarrow a=c$

Tương tự, chứng minh được $a=b=c\Rightarrow M=1$

Câu 30. (Đề thi HSG 7 Huyện Thái Thụy năm 2017-2018)

Cho $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$. Tính $M=\frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$

Lời giải

$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}\Rightarrow\frac{x}{15}=\frac{y}{20};\frac{y}{5}=\frac{z}{6}\Rightarrow\frac{y}{20}=\frac{z}{24}\Rightarrow\frac{x}{15}=\frac{y}{20}=\frac{z}{24}$ (1)

$(1)\Rightarrow\frac{2x}{30}=\frac{3y}{60}=\frac{4z}{96}=\frac{2x+3y+4z}{30+60+90}$ và $\frac{3x}{45}=\frac{4y}{80}=\frac{5z}{120}=\frac{3x+4y+5z}{45+80+120}$

$\Rightarrow\frac{2x+3y+4z}{30+60+96}:\frac{3x+4y+5z}{45+80+120}=\frac{2x}{30}:\frac{3x}{45}=1$

$\Rightarrow\frac{2x+3y+4z}{30+60+96}:\frac{3x+4y+5z}{45+80+120}=1$

$\Rightarrow\frac{2x+3y+4z}{186}.\frac{245}{3x+4y+5z}=1$

$\Rightarrow M=\frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}=\frac{186}{245}$

Câu 31. (Đề thi HSG 7 2018-2019)

Cho 3 số x,y,z là 3 số khác 0 thỏa mãn điều kiện: $\frac{y+z-x}{x}=\frac{z+x-y}{y}=\frac{x+y-z}{z}$, hãy tính giá trị biểu thức:

$B=\left(1+\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)\left(1+\frac{z}{x}\right)$

Lời giải

Ta có: $\frac{y+z-x}{x}=\frac{z+x-y}{y}=\frac{x+y-z}{z}\Rightarrow\frac{y+z}{x}-1=\frac{z+x}{y}-1=\frac{x+y}{z}-1$

$\Rightarrow\frac{y+z}{x}=\frac{z+x}{y}=\frac{x+y}{z}=\frac{2(x+y+z)}{x+y+z}=2$

$\Rightarrow B=\left(1+\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)\left(1+\frac{z}{x}\right)=\frac{x+y}{y}.\frac{y+z}{z}.\frac{z+x}{x}$

$=\frac{x+y}{z}.\frac{z+x}{y}.\frac{y+z}{x}=2.2.2=8$

Vậy $B=8$

Câu 32. (Đề thi HSG 7 Huyện Duyên Hải năm 2016-2017)

Rút gọn biểu thức sau: $A=1+5+5^2+5^3+....+5^{49}+5^{50}$

Lời giải

Ta có: $A=1+5+5^2+5^3+.....+5^{49}+5^{50}$

$\Rightarrow 5A=5+5^2+5^3+5^4+.....+5^{50}+5^{51}$

$\Rightarrow 5A-A=5+5^2+5^3+5^4+.....+5^{50}+5^{51}-1-5-5^2-5^3-.....-5^{49}-5^{50}$

$\Rightarrow 4A=5^{51}-1\Rightarrow A=\dfrac{5^{51}-1}{4}$

Câu 33. (Đề thi HSG 7 Huyện Duyên Hải năm 2016-2017)

Tính giá trị của biểu thức : $A=3x^2-2x+1$ với $|x|=\dfrac{1}{2}$

Lời giải

Ta có: $|x|=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow A=3.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-2.\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{3}{4} \\ x=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow A=3.\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2-2.\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1=\dfrac{11}{4}\end{array}\right.$

Câu 34. (Đề thi HSG 7 Huyện Đất Mũi 2016-2017)

Tính giá trị của biểu thức sau : $A=\dfrac{2x^2+3x-1}{3x-2}$ với $|x-1|=\dfrac{2}{3}$

Lời giải

Ta có : $|x-1|=\dfrac{2}{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x-1=\dfrac{2}{3}\Rightarrow x=\dfrac{5}{3} \\ x-1=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$

+) Với $x=\dfrac{5}{3}\Rightarrow A=\dfrac{14}{27}$

+) Với $x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow A=-\dfrac{2}{9}$

Câu 35. (Đề thi HSG 7 Huyện Bố Trạch 2017-2018)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $B=2x^2-3x+5$ với $|x|=\dfrac{1}{2}$

b) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\dfrac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x-y=0$

Lời giải

a) Vì $|x|=\frac{1}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Với $x=\frac{1}{2}\Rightarrow B=2.\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\frac{1}{2}+5=4$

Với $x=-\frac{1}{2}\Rightarrow B=2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(-\frac{1}{2}\right)+5=7$

Vậy $B=4$ khi $x=\frac{1}{2}$ và $B=7$ khi $x=-\frac{1}{2}$

b) $C=2x-2y+13x^3y^2\left(x-y\right)+15\left(y^2x-x^2y\right)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$

$=2\left(x-y\right)+13x^3y^2\left(x-y\right)-15xy\left(x-y\right)+1=1\qquad\left(x-y=0\right)$

Câu 36. (Đề thi HSG 7 Huyện Vị Thanh 2017-2018)

Cho biểu thức : $P=x-4xy+y$. Tính giá trị của P với $|x|=1,5;\ y=-0,75$

Lời giải

Ta có: $|x|=1,5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1,5\\x=-1,5\end{array}\right.$

+) Với $x=1,5;\ y=-0,75$ thì :

$P=1,5-4.1,5.\left(-0,75\right)-0,75=1,5.\left(1+3\right)-0,75=5,25$

Với $x=-1,5;\ y=-0,75$ thì :

$P=-1,5-4\left(1,5\right).\left(-0,75\right)-0,75=-6,75$

Câu 37. (Đề thi HSG 7 Huyện Phủ Lý 2016-2017)

Tính giá trị biểu thức $P=\left|a-\frac{1}{2014}\right|+\left|a-\frac{1}{2016}\right|$, với $a=\frac{1}{2015}$

Lời giải

Thay $a=\frac{1}{2015}$ vào biểu thức $P=\left|\frac{1}{2015}-\frac{1}{2014}\right|+\left|\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}\right|$

Ta có :

$P=\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015}+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}$

$P=\frac{1}{2014}-\frac{1}{2016}=\frac{2016-2014}{2014.2016}$

$$P=\frac{2}{2014.2016}=\frac{1}{1007.2016}=\frac{1}{2030112}$$

Câu 38. (Đề thi HSG 7 THCS Hiền Quan 2018-2019)

Tính giá trị của đa thức sau : $A=x^2+x^4+x^6+x^8+.....+x^{100}$ tại $x=-1$

Lời giải

$A=(-1)^2+(-1)^4+(-1)^6+.....+(-1)^{100}=1+1+1+...+1=50$ (50 số hạng)

Câu 39. (Đề thi HSG 7 huyện Rạch Giá 2018-2019)

a) Tìm biết $|x-1|=\frac{2}{3}$

b) Tính giá trị của biểu thức sau: $A=\frac{2x^2+3x-1}{3x-2}$ với $|x-1|=\frac{2}{3}$

Lời giải

a) $|x-1|=\frac{2}{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{5}{3}\\x-1=-\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$

b) Thay $x=\frac{5}{3}$ vào biểu thức A ta được $A=\frac{2\left(\frac{5}{3}\right)^2+3.\frac{5}{3}-1}{3.\frac{5}{3}-2}=\frac{14}{27}$

Thay $x=\frac{5}{3}$ vào biểu thức A ta được $A=\frac{2\left(\frac{1}{3}\right)^2+3.\frac{1}{3}-1}{3.\frac{1}{3}-2}=\frac{-2}{9}$

Câu 40. (Đề thi HSG 7 huyện- THCS Phan Đình Phùng 2017-2018)

Cho đa thức $A=2x.(x-3)-x.(x-7)-3.(x-673)$. Tính giá trị của A khi $x=2$. Tìm x để $A=2019$

Lời giải

Ta có: $A=2x^2-6x-x^2+7x-3x+2019=x^2-2x+2019$

+) Tính giá trị của A khi $x=4$, thay $x=4$ vào A, ta được:

$A=2^2-2.2+2019=2019$

+)Tìm x để $A=2019$

$A=2019\Rightarrow x^2-2x+2019=2019\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Câu 41. (Đề thi HSG 7 huyện Đáp Cầu 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức:

$$A=\frac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$ với $a=\frac{1}{3};b=-2;x=\frac{3}{2};y=1$

Lời giải

$$A=\frac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$

$$=\frac{a(-x-y)+b(-x-y)-a(b-x)+y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$

$$=\frac{-ax-ay-bx-by-ab+ax+by-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$

$$=\frac{-ay-bx-ab-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{-xy+ay+ab+by}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{-1}{abxy}$$

Với $a=\frac{1}{3};b=-2;x=\frac{3}{2};y=1\Rightarrow A=\frac{-1}{\frac{1}{3}.(-2).\frac{3}{2}.1}=-1$

Câu 42. (Đề thi HSG 7 huyện Đáp Cầu 2017-2018)

Cho 2 biểu thức: $A=\frac{4x-7}{x-2};B=\frac{3x^2-9x+2}{x-3}$

a)Tìm giá trị nguyên của x để mỗi biểu thức có giá trị nguyên

b)Tìm giá trị nguyên của x để cả hai biểu thức cùng có giá trị nguyên

Lời giải

a)Ta có: $A=\frac{4x-7}{x-2}=\frac{4(x-2)+1}{x-2}=4+\frac{1}{x-2}$

Với $x\in\mathbb{Z}$ thì $x-2\in\mathbb{Z}$

Để A nguyên thì $\frac{1}{x-2}$ nguyên $\Rightarrow x-2\in U(1)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=1\\x-2=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\end{array}\right.$

$B=\frac{3x^2-9x+2}{x-3}=\frac{3x(x-3)+2}{x-3}=3x+\frac{2}{x-3}$

Với $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x-3\in\mathbb{Z}$

Để B nguyên thì $\frac{2}{x-3}$ nguyên $\Rightarrow x-3\in U(2)=\{\pm1;\pm2\}$

Do đó $x=5,x=1,x=4,x=2$

Vậy để B nguyên thì $x\in\{5;1;4;2\}$

b)Từ câu a suy ra để A,B cùng nguyên thì $x=1.$

Câu 43. (Đề thi HSG 7 huyện Đức Phổ 2015-2016)

a) Tính giá trị biểu thức $P=\left|a-\frac{1}{2014}\right|+\left|a-\frac{1}{2016}\right|$, với $a=\frac{1}{2015}$

b) Tìm số nguyên x để tích hai phân số $\frac{6}{x+1}$ và $\frac{x-1}{3}$ là một số nguyên.

Lời giải

a) Thay $a=\frac{1}{2015}$ vào biểu thức s $P=\left|\frac{1}{2015}-\frac{1}{2014}\right|+\left|\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}\right|$

Ta có:

$$P=\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015}+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}$$

$$P=\frac{1}{2014}-\frac{1}{2016}=\frac{2016-2014}{2014.2016}$$

$$P=\frac{2}{2014.2016}=\frac{1}{1007.2016}=\frac{1}{2030112}$$

b) $A=\frac{6}{x+1}.\frac{x-1}{3}=\frac{2}{x+1}.\frac{x-1}{1}=\frac{2(x-1)}{x+1}=\frac{2x-2}{x+1}=\frac{2(x+1)-4}{x+1}=2-\frac{4}{x+1}$

Để A nhận giá trị nguyên thì $x+1\in U(4)=\{\pm1;\pm2;\pm4\}$

Suy ra $x\in\{0;-2;1;-3;3;-5\}$

Câu 44. (Đề thi HSG 7 huyện Sơn Trà 2018-2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A=\frac{1}{2}.\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right).....\left(1+\frac{1}{2015.2017}\right)$

b) $B=2x^2-3x+5$ với $|x|=\frac{1}{2}$

c) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x-y=0$

Lời giải

a)

$$A=\frac{1}{2}.\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right).....\left(1+\frac{1}{2015.2017}\right)$$

$$=\frac{1}{2}.\left(\frac{2.2}{1.3}\right).\left(\frac{3.3}{2.4}\right).\left(\frac{4.4}{3.5}\right).....\left(\frac{2016.2016}{2015.2017}\right)=\frac{2016}{2017}$$

b) Vì $|x|=\frac{1}{2}$ nên $x=\frac{1}{2}$ hoặc $x=-\frac{1}{2}$

Với $x=\frac{1}{2}$ thì $B=2.\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\frac{1}{2}+5=4$

Với $x=-\frac{1}{2}$ thì $B=2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(-\frac{1}{2}\right)+5=7$

Vậy $B=4$ với $x=\frac{1}{2}$ và $B=7$ với $x=-\frac{1}{2}$

c) $C=2x-2y+13x^3y^2(x-y)+15(y^2x-x^2y)+\left(\frac{2015}{2016}\right)^0$

$=2(x-y)+13x^3y^2(x-y)-15xy(x-y)+1=1$ (Vì $x-y=0$)

Câu 45. (Đề thi HSG 7 huyện Tam Dương 2017-2018)

Cho các số x,y thỏa mãn $\left(x-2\right)^4+\left(2y-1\right)^{2018}\le 0$

Tính giá trị của biểu thức $M=11x^2y+4xy^2$

Lời giải

Vì $\left(x-2\right)^4\ge 0;\left(2y-1\right)^{2018}\ge 0$ với mọi x,y nên: $\left(x-2\right)^4+\left(2y-1\right)^{2014}\ge 0\ (\forall x,y)$

Mà theo đề bài $\left(x-2\right)^4+\left(2y-1\right)^{2014}\le 0$, suy ra $\left(x-2\right)^4+\left(2y-1\right)^{2014}=0$

$\Rightarrow x=2;y=\frac{1}{2}\Rightarrow M=24$

Câu 46. Đề thi HSG 7 trường Thạch Bình 2017-2018)

Tìm A biết rằng: $A=\frac{a}{b+c}=\frac{c}{a+b}=\frac{b}{c+a}$

Lời giải

$A=\frac{a}{b+c}=\frac{c}{a+b}=\frac{b}{c+a}=\frac{a+b+c}{2\left(a+b+c\right)}$

Nếu $a+b+c\ne 0\Rightarrow A=\frac{1}{2}$

Nếu $a+b+c=0\Rightarrow A=-1$

Câu 47. (Đề thi HSG 7 trường Thạch Bình 2017-2018)

Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để $A\in\mathbb{Z}$ và tìm giá trị đó

a) $A=\frac{x+3}{x-2}$ b)$A=\frac{1-2x}{x+3}$

Lời giải

a) $A=1+\frac{5}{x-2}$, để $A\in\mathbb{Z}\Rightarrow x-2\in U(5)=\left\{\pm1;\pm5\right\}\Rightarrow x=\left\{3;1;7;-3\right\}$

$x=3\Rightarrow A=6$ $x=7\Rightarrow A=2$

$x=1\Rightarrow A=-4$ $x=-3\Rightarrow A=0$

b) $A=\frac{7}{x+3}-2$, để $A\in\mathbb{Z}\Rightarrow x+3\in U(7)=\left\{\pm1;\pm7\right\}\Rightarrow x=\left\{-2;-4;4;-10\right\}$

$x=-2 \Rightarrow A=5$ $x=4 \Rightarrow A=-1$

$x=-4 \Rightarrow A=-9$ $x=-10 \Rightarrow A=-3$

Câu 48. (Đề thi HSG 7 cấp huyện 2017-2018)

Cho biểu thức $M=\frac{x}{x+y+z}+\frac{y}{x+y+t}+\frac{z}{y+z+t}+\frac{t}{x+z+t}$ với x,y,z,t là các số tự nhiên khác 0.

Chứng minh $M^{10}<1025$

Lời giải

Ta có:

$\frac{x}{x+y+z}<\frac{x}{x+y}; \quad \frac{y}{x+y+t}<\frac{y}{x+y}$

$\frac{z}{y+z+t}<\frac{z}{z+t}; \frac{t}{x+z+t}<\frac{t}{z+t}$

$\Rightarrow M<\left(\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x+y}\right)+\left(\frac{z}{z+t}+\frac{t}{z+t}\right) \Rightarrow M<2$

Có $M^{10}=2^{10}=1024<1025$

Vậy $M^{10}<1025$

Câu 49. (Đề thi HSG 7 trường THCS Nguyễn Văn Trỗi 2017-2018)

Tính giá trị biểu thức:

$A=\frac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$ với $a=\frac{1}{3};b=-2;x=\frac{3}{2};y=1$

Lời giải

$A=\frac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{a(-x-y)+b(-x-y)-a(b-x)+y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$

$=\frac{-ax-ay-bx-by-ab+ax+by-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{-ay-bx-ab-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}$

$=\frac{-xy+ay+ab+by}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{-1}{abxy}$

Với $a=\frac{1}{3};b=-2;x=\frac{3}{2};y=1 \Rightarrow A=\frac{-1}{\frac{1}{3}.(-2).\frac{3}{2}.1}=-1$

Câu 50. (Đề thi HSG 7 cấp trường 2017-2018)

Tính giá trị của biểu thức $C=\frac{2x^2-5x+3}{2x-1}$ tại $x=\left|\frac{3}{2}\right|$

Lời giải

$$x=\left|\frac{3}{2}\right|\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{2.\left(-\frac{3}{2}\right)^2-5.\left(-\frac{3}{2}\right)+3}{2.\left(-\frac{3}{2}\right)-1}=\frac{-15}{4} \\ x=-\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{2.\left(\frac{3}{2}\right)^2-5.\left(\frac{3}{2}\right)+3}{2.\frac{3}{2}-1}=0 \end{array}\right.$$

Câu 51. **(Đề thi HSG 7 huyện Quang Trung 2018-2019)**

Tìm các số hữu tỉ dương x,y,z biết:

$$\frac{1}{x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}}=1-\frac{1}{2+\frac{1}{3}}$$

Lời giải

Biến đổi vế phải thành dạng tương tự vế trái

$$1-\frac{1}{2+\frac{1}{3}}=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}=\frac{1}{\frac{7}{4}}=\frac{1}{1+\frac{3}{4}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}$$

Suy ra $x=1;y=1;z=1$

Câu 52. **(Đề thi HSG 7 trường Đặng Ngọc Liên 2018-2019)**

Cho $\frac{x}{y+z+t}=\frac{y}{z+t+x}=\frac{z}{t+x+y}=\frac{t}{x+y+z}$. CMR biểu thức sau có giá trị nguyên:

$$A=\frac{x+y}{z+t}+\frac{y+z}{t+x}+\frac{z+t}{x+y}+\frac{t+z}{y+z}$$

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{y+z+t}=\frac{y}{z+t+x}=\frac{z}{t+x+y}=\frac{t}{x+y+z}=\frac{x+y+z+t}{2(x+y+z+t)}=\frac{1}{2}$

Suy ra $2x=y+z+t;2y=z+t+x;2z=t+x+y;2t=x+y+z$

Từ đó học sinh suy ra được: $\begin{array}{l} x+y=z+t;y+z=t+x \\ z+t=x+y;t+x=y+z \end{array}$

Khi đó tính được $A=4.$ Vậy A có giá trị nguyên.

Câu 53. **(Đề thi HSG 7 trường Đặng Huy Hoàng 2018-2019)**

a)Tính giá trị của biểu thức $\frac{2a-5b}{a-3b}$ với $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$

b)Tìm các số a,b,c biết $ab=2,bc=6,ac=3$

Lời giải

a) $\dfrac{2a-5b}{a-3b}=\dfrac{2\left(\dfrac{a}{b}\right)-5}{\left(\dfrac{a}{b}\right)-3}=\dfrac{2.\dfrac{3}{4}-5}{\dfrac{3}{4}-3}=\dfrac{14}{9}$

b) Theo đề bài: $ab=2,bc=6,ac=3$

Ta có: $ab.bc.ac=2.6.3\Leftrightarrow a^2b^2c^2=36\Leftrightarrow abc=\pm 6$

Trường hợp 1:

$abc=6,ab=2\Rightarrow c=3$

$abc=6,bc=6\Rightarrow a=1$

$abc=6,ac=3\Rightarrow b=2$

Trường hợp 2:

$abc=-6,ab=2\Rightarrow c=-3$

$abc=-6,bc=6\Rightarrow a=-1$

$abc=-6,ac=3\Rightarrow b=-2$

Vậy $\begin{cases}a=1\\b=2;\\c=3\end{cases}\begin{cases}a=-1\\b=-2\\c=-3\end{cases}$

Câu 54. (Đề thi HSG 7 trường THCS Đặng Thái Sơn 2018-2019)

a)Cho $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}$. Chứng minh : $\left(\dfrac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3=\dfrac{a}{d}$

b)Tìm một số có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo $1,2,3$?

Lời giải

a)Ta có: $\dfrac{a}{b}.\dfrac{b}{c}.\dfrac{c}{d}=\dfrac{a}{d}(1)$

Ta lại có: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{a+b+c}{b+c+d}(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow\left(\dfrac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3=\dfrac{a}{d}$

b)Gọi a,b,c là các chữ số của số có 3 chữ số cần tìm

Vì mỗi chữ số không vượt quá 9 và không thể đồng thời bằng 0 nên $1\le a+b+c\le 27$. Mặt khác, số đó là bội của 18 nên $\left[\begin{array}{l}a+b+c=9\\a+b+c=18\\a+b+c=27\end{array}\right.$

Theo giả thiết ta có: $\dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{2}=\dfrac{c}{3}=\dfrac{a+b+c}{6}$, do đó: $\left(a+b+c\right)\vdots 6$

Nên $a+b+c=18\Rightarrow\dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{2}=\dfrac{c}{3}=\dfrac{18}{6}=3\Rightarrow a=3,b=6,c=9$

Vì số phải tìm chia hết cho 18 nên chữ số hàng đơn vị phải là chữ số chẵn

Vậy các số phải tìm là $396;936$

Câu 55. (Đề thi HSG 7 trường THCS Thân Thiện 2018-2019)
Tính giá trị các biểu thức:

a) $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$ lần lượt tại $a = \frac{2}{3}; a = -2$

b) $B = 2x^2 - 3xy - 6y^2$ tại $|x| = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Với $a = \frac{2}{3} \Rightarrow A = \frac{-7}{9}$

Với $a = -2 \Rightarrow A = -7$

Th1: $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3} \Rightarrow B = -\frac{19}{6}$

Th2: $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3} \Rightarrow B = -\frac{7}{6}$

Câu 56. (Đề thi HSG 7 trường THCS Thân Thiện 2018-2019)
Tính giá trị các biểu thức:

a) $A = \frac{3a - 2b}{a - 3b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{10}{3}$

b) $B = \frac{a - 8}{b - 5} - \frac{4a - b}{3a + b}$ với $a - b = 3, b \neq 5; b \neq -4$

Lời giải

a) Thay $a = \frac{10}{3}b \Rightarrow A = 24$

b) Thay $a = b + 3 \Rightarrow B = 1 - 1 = 0$

Câu 57. (Đề thi HSG 7 THCS X 2018-2019)

Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$ với $|x - 1| = \frac{2}{3}$

Lời giải

Từ câu a, với $x = \frac{5}{3}$ thay vào A ta được: $A = \frac{14}{27}$

Với $x = \frac{1}{3}$ thay vào A ta được $A = -\frac{2}{9}$

Câu 58. (Đề thi HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018-2019)

1. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{\left(2^2.3\right)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{\left(125.7\right)^3 + 5^9.14^3}$

2. Cho biết $\frac{a}{2}-b=c:\frac{2}{3}$ và a,b,c khác 0. Tính giá trị biểu thức:

$$Q=2018-\left(\frac{c}{a}-\frac{1}{3}\right)^5.\left(\frac{a}{2}-2\right)^5.\left(\frac{3}{2}+\frac{b}{c}\right)^5$$

Lời giải

$$1.P=\frac{2^{12}.3^5-2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6+2^{12}.3^5}-\frac{5^{10}.7^3-5^{10}.7^4}{5^9.7^3+5^9.2^3.7^3}=\frac{2^{12}.3^4.(3-1)}{2^{12}.3^5.(3+1)}-\frac{5^{10}.7^3.(1-7)}{5^9.7^3.(1+8)}=\frac{1}{6}-\frac{-10}{3}=\frac{7}{2}$$

2. Vì $\frac{a}{2}-b-c:\frac{2}{3}=0\Rightarrow\frac{a-2b-3c}{2}=0\Rightarrow a-2b-3c=0$

Suy ra $a-2b=3c;3c-a=-2b;3c+2b=a$

Ta có: $Q=2018-\left(\frac{3c-a}{3a}\right)^5.\left(\frac{a-2b}{b}\right)^5.\left(\frac{3c+2b}{2c}\right)^5$

$$\Rightarrow Q=2018-\left(\frac{3c-a}{3a}.\frac{a-2b}{b}.\frac{3c+2b}{2c}\right)^5=2018-\left(\frac{-2b.3c.a}{3a.b.2c}\right)^5=2018-(-1)=2019$$

Câu 59. (Đề thi HSG 7 trường 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức:

$$A=\frac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}\quad\text{với } a=\frac{1}{3};b=-2;x=\frac{3}{2};y=1$$

Lời giải

$$A=\frac{(a+b)(-x-y)-(a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$

$$=\frac{a(-x-y)+b(-x-y)-a(b-x)+y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$

$$=\frac{-ax-ay-bx-by-ab+ax+by-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}$$

$$=\frac{-ay-bx-ab-xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{-xy+ay+ab+by}{abxy(xy+ay+ab+by)}=\frac{-1}{abxy}$$

Với $a=\frac{1}{3};b=-2;x=\frac{3}{2};y=1\Rightarrow A=\frac{-1}{\frac{1}{3}.(-2).\frac{3}{2}.1}=-1$

Câu 60. (Đề thi HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018-2019)

Tính giá trị biểu thức $M=\frac{2016^{10}+2016^{11}}{2016^{10}-2016^{11}}$

Lời giải

$$M=\frac{2016^{10}.(1+2016)}{2016^{10}.(1-2016)}=\frac{-2017}{2015}$$

Câu 61. (Đề thi HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018-2019)

Tính nhanh : $N=\frac{1}{1000}-\frac{1}{1000.999}-\frac{1}{999.998}-\frac{1}{998.997}-.....-\frac{1}{3.2}-\frac{1}{2.1}$

Lời giải

$$N=\frac{1}{1000}-\left(\frac{1}{1000.999}+\frac{1}{999.998}+\frac{1}{998.997}+....+\frac{1}{3.2}+\frac{1}{2.1}\right)$$

$$=\frac{1}{1000}-\left(\frac{1}{999}-\frac{1}{1000}+\frac{1}{998}-\frac{1}{999}+\frac{1}{997}-\frac{1}{998}+....+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+1-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{1000}-\left(1-\frac{1}{1000}\right)=\frac{499}{500}$$

Câu 62. (Đề thi HSG 7 huyện Hậu Lộc 2013-2014)

Cho biểu thức $P=x-4xy+y$. Tính giá trị của P với $|x|=1,5,\ y=-0,75$

Lời giải

Ta có : $|x|=1,5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1,5\\x=-1,5\end{array}\right.$

Với $x=1,5$ và $y=-0,75$ thì $P=1,5-4.1,5.(-0,75)-0,75=5,25$

Với $x=-1,5$ và $y=-0,75$ thì $P=-1,5-4.(-1,5).(-0,75)-0,75=-6,75$

Câu 63. (Đề thi HSG 7 huyện ABC 2019-2020)

Tính giá trị của biểu thức: $C=2x^5-5y^3+2015$ tại $x,\ y$ thỏa mãn:

$$|x-1|+(y+2)^{20}=0$$

Lời giải

Do $|x-1|\geq 0\quad \forall x$

$(y+2)^{20}\geq 0\quad \forall y$

$\Rightarrow |x-1|+(y+2)^{20}\geq 0$ với $\forall x;\ y$

Mà $|x-1|+(y+2)^{20}=0$

$$\Rightarrow\begin{cases}|x-1|=0\\(y+2)^{20}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-1=0\\y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$$

Tại $x=1;\ y=-2$ thì giá trị của biểu thức $C=2x^5-5y^3+2015$ là:

$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 2015$

$= 2 + 40 + 2015 = 2057$

Vậy tại $x = 1;\ y = -2$ thì $C = 2057$

Câu 64. (Đề thi HSG 7 huyện Hoằng Hóa 2016-2017)

Tính giá trị của biểu thức $M == (2x-1)(2y-1)$ biết $x + y = 10$ và $xy = 16$

Lời giải

$M = (2x-1)(2y-1) = 4xy - 2x - 2y + 1 = 4xy - 2(x+y) + 1$

Thay $x + y = 10$ và $xy = 16$ vào M ta được :

$M = 4.16 - 2.10 + 1 = 45$

Câu 65. (Đề thi HSG 7 huyện Tiên Phước 2018-2019)

Cho 2 biểu thức: $A = \dfrac{4x-7}{x-2}; B = \dfrac{3x^2-9x+2}{x-3}$

a) Tìm giá trị nguyên của x để mỗi biểu thức có giá trị nguyên

b) Tìm giá trị nguyên của x để cả hai biểu thức cùng có giá trị nguyên

Lời giải

a)Ta có: $A = \dfrac{4x-7}{x-2} = \dfrac{4(x-2)+1}{x-2} = 4 + \dfrac{1}{x-2}$

Với $x \in Z$ thì $x - 2 \in Z$

Để A nguyên thì $\dfrac{1}{x-2}$ nguyên $\Rightarrow x - 2 \in U(1) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=1 \\ x-2=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$

$B = \dfrac{3x^2-9x+2}{x-3} = \dfrac{3x(x-3)+2}{x-3} = 3x + \dfrac{2}{x-3}$

Với $x \in Z \Rightarrow x - 3 \in Z$

Để B nguyên thì $\dfrac{2}{x-3}$ nguyên $\Rightarrow x - 3 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

Do đó $x = 5, x = 1, x = 4, x = 2$

Vậy để B nguyên thì $x \in \{5; 1; 4; 2\}$

b) Từ câu a suy ra để A, B cùng nguyên thì $x = 1$.

Câu 65. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY)

Tính giá trị biểu thức sau : $A = \left(\dfrac{1}{2} - 1\right)\left(\dfrac{1}{3} - 1\right)\left(\dfrac{1}{4} - 1\right)...\left(\dfrac{1}{2010} - 1\right)\left(\dfrac{1}{2011} - 1\right)$.

Lời giải

$$A = \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right)...\left(\frac{1}{2010}-1\right)\left(\frac{1}{2011}-1\right)$$

$$= \frac{-1}{2}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{-3}{4}\cdots\frac{-2009}{2010}\cdot\frac{-2010}{2011} = \frac{1.2.3...2009.2010}{2.3.4...2010.2011}$$

$$= \frac{1}{2011}.$$

Câu 66. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $B = \frac{3x^2+6x+10}{x^2+2x+3}$.

Lời giải

$$B = \frac{3(x^2+2x+3)+1}{x^2+2x+3} = 3+\frac{1}{x^2+2x+3}$$

Ta có $x^2 + 2x + 3 = x^2 + x + x + 1 + 2 = x(x + 1) + (x + 1) + 2$

$= (x + 1)^2 + 2$

Vì $(x + 1)^2 \geq 0\ \forall x \Rightarrow (x + 1)^2 + 2 \geq 2\ \forall x$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Do $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 > 0\ \forall x$ nên

$B_{max} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2+2x+3}$ max $\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3$ min

Ta thấy giá trị nhỏ nhất của $x^2 + 2x + 3$ bằng $2 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy giá trị lớn nhất của $B = 3 + \frac{1}{2} = 3,5 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 67. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY)

Tính giá trị biểu thức $\frac{7}{13}\cdot\frac{5}{9}-\frac{5}{9}\cdot\left(-\frac{2}{13}\right)-\frac{5}{9}\cdot\frac{18}{13}$.

Lời giải

1. $\frac{7}{13}\cdot\frac{5}{9}-\frac{5}{9}\cdot\left(-\frac{2}{13}\right)-\frac{5}{9}\cdot\frac{18}{13}$

$$= \frac{5}{9}\cdot\left[\frac{7}{13}-\left(-\frac{2}{13}\right)-\frac{18}{13}\right] = \frac{5}{19}\cdot\left(\frac{7}{13}+\frac{2}{13}-\frac{18}{13}\right)$$

$$= \frac{5}{9}\cdot\frac{-9}{13} = -\frac{5}{13}$$

Câu 68. (Đề thi HSG 7 huyện THÁI THỤY)

Cho biểu thức $A = \frac{x^2+3}{x-2}$.

1. Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức A không xác định được.

2. Với những giá trị nào của x thì biểu thức A nhận giá trị là số âm?

3. Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Lời giải

1. Giá trị của biểu thức A không xác định được khi x-2 = 0

Vậy giá trị của biểu thức A không xác định được khi x = 2.

2. Nhận xét : $x^2 \geq 0 \ \forall x \Rightarrow \ x^2+3 > 0 \ \forall x$

A nhận giá trị là số âm khi x-2 nhận giá trị là số âm.

A nhận giá trị là số âm khi x < 2.

3. A nhận giá trị nguyên khi $\frac{7}{x-2}$ nhận giá trị nguyên.

$\frac{7}{x-2}$ nhận giá trị nguyên khi $7 \vdots (x-2)$

x-2 nhận các giá trị : -7 ; -1 ; 1; 7

Giải ra, thử lại và kết luận: $x \in \{-5;1;3;9\}$.

Câu 69. (Đề thi HSG 7 Huyện Duy Xuyên)

Tính giá trị của biểu thức $M=(2x-1)(2y-1)$ biết x + y = 10 và xy = 16

Lời giải

$$M=(2x-1)(2y-1) = 4xy-2x-2y+1 = 4xy-2(x+y)+1 = 45$$

Câu 70. (Đề thi HSG 7 Huyện Quan Sơn)

Cho biểu thức:

$$A = x-\left[\frac{(16-x)x}{x^2-4}+\frac{3+2x}{2-x}-\frac{2-3x}{x+2}\right]:\frac{x-1}{x^3+4x^2+4x}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để $A \geq 0$.

Lời giải

a/ ĐKXĐ: $x \neq \pm 2;\ x \neq 0\ ; x \neq 1$

$$A= x-\left[\frac{16x-x^2-(3+2x)(x+2)-(2-3x)(x-2)}{(x-2)(x+2)}\right]:\frac{x-1}{x(x+2)^2}$$

$$= x-\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}.\frac{x(x+2)^2}{x-1}$$

$$= x-\frac{x(x+2)}{x-1}$$

$$= \frac{-3x}{x-1} = \frac{3x}{1-x}$$

Vậy A = $\dfrac{3x}{1-x}$

b/ $A \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{3x}{1-x} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x \geq 0\\ 1-x>0\end{cases}\\ \begin{cases}3x \leq 0\\ 1-x<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \geq 0\\ x<1\end{cases}\\ \begin{cases}x \leq 0\\ x>1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0 \leq x<1\\ VN\end{array}\right.$

Kết hợp với đk $x \neq 0$ thì với $0 < x < 1$ thì $A \geq 0$

Câu 71. (Đề thi HSG 7 Huyện Quan Sơn)

Cho ba số $x, y, z \neq 0$ thỏa mãn + + = 0.Tính giá trị của biểu thức:

P = $\left(\dfrac{xy}{z^2}+\dfrac{yz}{x^2}+\dfrac{zx}{y^2}-2\right)^{2013}$

Lời giải

$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=0 \Rightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{z}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)^3=\left(-\dfrac{1}{z}\right)^3$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^3}+3\dfrac{1}{xy}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=-\dfrac{1}{z^3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{y^3}+3\dfrac{1}{xy}\left(-\dfrac{1}{z}\right)=-\dfrac{1}{z^3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{y^3}+\dfrac{1}{z^3}=\dfrac{3}{xyz}$

$\Rightarrow \dfrac{yz}{x^2}+\dfrac{xz}{y^2}+\dfrac{xy}{z^2}=3$

$\Rightarrow P=(3-2)^{2013}=1^{2013}=1$

Ta có:

$P=\left(\dfrac{xy}{z^2}+\dfrac{yz}{x^2}+\dfrac{zx}{y^2}-2\right)^{2013}$

$=\left[xyz\left(\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{y^3}+\dfrac{1}{z^3}\right)-2\right]^{2013}$

$=\left[xyz.\dfrac{3}{xyz}-2\right]^{2013}$

$=1^{2013}=1$

Câu 72. (Đề thi HSG 7 huyện Kim Thành 2016-2017)

Cho $|x-2|+|y-1|+(x+y-z-2)^{2016}=0$. Tính giá trị của : $A=5x^2y^{2016}z^{2017}$

Lời giải

Vì $|x-2| \geq 0$ với $\forall$ x; $|y-1| \geq 0$ với $\forall$ x; $(x+y-z-2)^{2016} \geq 0$ với $\forall$ x,y,z

Do đó $|x-2|+|y-1|+(x+y-z-2)^{2016}=0$ khi

$$\begin{cases}|x-2|=0\\|y-1|=0\\(x+y-z-2)^{2016}=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x-2=0\\y-1=0\\x+y-z-2=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=2\\y=1\\z=1\end{cases}$$

Do đó A = $5.2^2.1^{2016}.1^{2017}$ = 5.4.1.1 = 20

Vậy A = 20

Câu 73. (Đề thi HSG 7 huyện Kim Thành 2016-2017)

Cho $a+b+c+d=2000$ và $\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{b+c+d}+\frac{1}{c+d+a}+\frac{1}{d+a+b}=\frac{1}{40}$

Tính giá trị của : S = $\frac{a}{b+c+d}+\frac{b}{c+d+a}+\frac{c}{d+a+b}+\frac{d}{a+b+c}$

Lời giải

Ta có S = $\frac{a}{b+c+d}+\frac{b}{c+d+a}+\frac{c}{d+a+b}+\frac{d}{a+b+c}$

S + 4 = $\frac{a+b+c+d}{b+c+d}+\frac{a+b+c+d}{c+d+a}+\frac{a+b+c+d}{d+a+b}+\frac{a+b+c+d}{a+b+c}$

S + 4 = (a + b + c+ d). $\left(\frac{1}{b+c+d}+\frac{1}{c+d+a}+\frac{1}{d+a+b}+\frac{1}{a+b+c}\right)$

Do đó S = - 4 + 2000. $\frac{1}{40}$

= -4 + 50 = 46 . Vậy S = 46

Câu 74.

Cho biết $xyz=1$. Tính giá trị A = $\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{xz+z+1}$

Lời giải

$$\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{xz+z+1}=\frac{xz}{xyz+xz+z}+\frac{xyz}{xyz^2+xyz+xz}+\frac{z}{xz+z+1}=$$

$$\frac{xz}{1+xz+z}+\frac{xyz}{z+1+xz}+\frac{z}{xz+z+1}=\frac{xyz+xz+1}{xyz+xz+1}=1$$

Câu 75. (Đề thi HSG 7 huyện Chí Linh)

Cho: $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}$.

Tính giá trị của biểu thức A = $\frac{a}{b+c}+\frac{a+b}{c}+\frac{b}{c+a}$.

Lời giải

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=\frac{2(a+b+c)}{a+b+c}$.

+ Nếu $a+b+c\neq 0$

$\Rightarrow \frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=2\Rightarrow \frac{a}{b+c}=\frac{1}{2};\frac{a+b}{c}=2;\frac{b}{c+a}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ A = $\frac{a}{b+c}+\frac{a+b}{c}+\frac{b}{c+a}=\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}=3.$

+ Nếu $a+b+c=0$

$\Rightarrow a+b=-c;b+c=-a;c+a=-b \Rightarrow$ A = $\frac{a}{b+c}+\frac{a+b}{c}+\frac{b}{c+a}=-3.$

Vậy: + Nếu $a+b+c\neq 0$ thì A = 3;

+ Nếu $a+b+c=0$ thì A = - 3;

Câu 76. (Đề thi HSG 7 - Thành phố SẦM SƠN - 2018-2019)

Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn đk:

$ab(a+b-c)=bc(b+c-a)=ac(c+a-b)$.

Hãy tính giá trị của biểu thức: $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)$

Lời giải

Có $B=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)=\frac{a+b}{a}.\frac{c+a}{c}.\frac{b+c}{b}$ (*)

Xét với a + b + c = 0 suy ra: a + b = – c; c + b = – a; a + c = – b

Từ $ab(a+b-c)=bc(b+c-a)=ac(c+a-b)$ suy ra:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}$ áp dụng tc dãy tỉ số bằng nhau ta đc:

$\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=\frac{a+b+c}{a+b+c}$

Xét với a + b + c = 0 suy ra: a + b = – c; c + b = – a; a + c = – b

thay vào (*) ta đc: B = - 1

Với $a+b+c\neq 0$

$\Rightarrow \frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}=\frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c}=\frac{a+b+c}{a+b+c}=1$

$a+b=2c;\ \ b+c=2a;\ \ c+a=2b$ (1)

Thay (1) và (*) ta đc: $B==\frac{2c}{a}.\frac{2b}{c}.\frac{2a}{b}=8$

Câu 77. (Đề thi HSG 7 huyện Thạch Bàn 2016 -2017)

Cho $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$. Tính giá trị biểu thức: C = $\frac{5x^2+3y^2}{10x^2-3y^2}$

Lời giải

Đặt $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=k \Leftrightarrow \begin{cases} x=3k \\ y=5k \end{cases}$. Khi đó:

$C=\frac{5x^2+3y^2}{10x^2-3y^2}=\frac{5(3k)^2+3(5k)^2}{10(3k)^2-3(5k)^2}=\frac{45k^2+75k^2}{90k^2-75k^2}=\frac{120k^2}{15k^2}=8$

Câu 78. (Đề thi HSG 7 huyện Thạch Bàn 2016 -2017)

Cho hàm số $y=f(x)=ax+2$ có đồ thị đi qua điểm $A(a-1;\ a^2+a)$.

a) Tìm a

b) Với a vừa tìm được, tìm giá trị của x thỏa mãn: $f(2x-1)=f(1-2x)$.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số $y=f(x)=ax+2$ đi qua điểm $A(a-1;\ a^2+a)$. nên:

$a^2+a=a(a-1)+2$

$\Rightarrow a^2+a=a^2-a+2$

$\Rightarrow 2a=2$

$\Rightarrow a=1$

b) Với $a=1$ thì $y=f(x)=x+2$

Ta có: $f(2x-1)=f(1-2x)$

$\Leftrightarrow (2x-1)+2=(1-2x)+2$

$\Leftrightarrow 4x=2$

$\Leftrightarrow x=2$

Câu 79. (Đề thi HSG 7 - THIỆU HÓA - 2016 - 2017)

Cho đa thức : $f(x)=x^{10}-101x^9+101x^8-101x^7+\ldots-101x+101$.

Tính : $f(100)$.

Lời giải

Ta có: $f(x)=x^{10}-101x^9+101x^8-101x^7+\ldots-101x+101$.

$=x^{10}-100x^9-x^9+100x^8+x^8-100x^7-x^7+\ldots-101x+101$

$=x^9(x-100)-x^8(x-100)+x^7(x-100)-x^6(x-100)+\ldots+x(x-100)-(x-101)$

Suy ra $f(100)=1$.

Câu 80. (Đề thi HSG 7 huyện KIẾN XƯƠNG 2007-2008)

Tính giá trị của biểu thức $M=\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{b}-1}$ với $a=\dfrac{16}{9};b=\dfrac{25}{9}$

Lời giải

Tính $\sqrt{a}=\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\dfrac{4}{3};\sqrt{b}=\dfrac{5}{3}$

Thay số vào M ta có $M=3,5$.

Câu 81. (Đề thi HSG 7 huyện ĐÔNG HƯNG 2005 - 2006)

Thực hiện phép tính $A=\dfrac{1}{9}\sqrt{81^2}+\sqrt{\left(\dfrac{12}{18}\right)^2}$

Lời giải

$$A=\frac{1}{9}\sqrt{81^2}+\sqrt{\left(\frac{12}{18}\right)^2}=\frac{1}{9}.81+\frac{12}{18}=9+\frac{2}{3}=\frac{29}{3}$$

Câu 82. (Đề thi HSG 7 huyện Thanh Oai -6)

a) Tính giá trị của biểu thức: $\dfrac{2a-5b}{a-3b}$ với $\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{5}$.

b) Tìm các số $a,\ b,\ c$ biết $ab=2$, $bc=6$ và $ac=3$.

Lời giải

a) $\dfrac{2a-5b}{a-3b}=\dfrac{2\left(\dfrac{a}{b}\right)-5}{\left(\dfrac{a}{b}\right)-3}=\dfrac{2.\dfrac{3}{4}-5}{\dfrac{3}{4}-3}=\dfrac{14}{9}$.

b) Theo đề bài: $ab=2$, $bc=6$ và $ac=3$

ta có: $ab.bc.ac=2.6.3$

$\Leftrightarrow a^2b^2c^2=36 \Leftrightarrow (abc)^2=36 \Leftrightarrow abc=\pm 6$

- Trường hợp 1:

$abc=6$ mà $ab=2$, nên $c=3$

$abc=6$ mà $bc=6$, nên $a=1$

$abc=6$ mà $ac=3$, nên $b=2$

- Trường hợp 2:

$abc=-6$ mà $ab=2$, nên $c=-3$

$abc=-6$ mà $bc=6,$ nên $a=-1$

$abc=-6$ mà $ac=3,$ nên $b=-2$

Vậy $\begin{cases}a=1\\b=2\\c=3\end{cases};\begin{cases}a=-1\\b=-2\\c=-3\end{cases}$

Câu 83. (Đề thi HSG 7 huyện Thanh Oai -7)

Các số a,b và c làm cho giá trị các biểu thức $\frac{a+b}{c};\frac{b+c}{a};\frac{c+a}{b}$ bằng nhau.Tính giá trị đó?

Lời giải

Giả sử $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=x$

Khi đó: $a+b=cx,b+c=ax,c+a=bx$

Cộng các đẳng thức ta có $2(a+b+c)=(a+b+c)x$

Đẳng thức này chia làm hai trường hợp:

1) Nếu $a+b+c\neq 0$, khi đó $x=\frac{a+b}{c}=\frac{-c}{c}=-1$

2) Nếu $a+b+c=0$, khi đó $x=2$

Vậy giá trị của biểu thức là 2 hay -1

Câu 84. (Đề HSG Toán 7_huyện_Vĩnh Lộc_2017-2018).

Cho biểu thức: $M=a+2ab-b.$ Tính giá trị của M với $|a|=1,5;b=-0,75$

Xác định dấu của $c,$ biết rằng $2a^3bc$ trái dấu với $-3a^5b^3c^2.$

Lời giải

a) $|a|=1,5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=1,5,b=-0,75\Rightarrow M=a+2ab-b=1,5+2.1,5.(-0,75)=0\\a=-1,5,=-0,75\Rightarrow M=a+2ab-b=\frac{3}{2}\end{array}\right.$

$2a^3bc.(-3a^5b^3c^2)<0$

b) Do $2a^3bc$ và $-3a^5b^3c^2$ trái dấu nên $a\neq 0;b\neq 0;c\neq 0\Leftrightarrow -6a^8b^4c^3<0\Leftrightarrow a^8b^4c^3>0$

$\Leftrightarrow c^3>0\Leftrightarrow c>0(do...a^8b^4>0\forall a,b\neq 0)$

Vậy $c>0$ tức là mang dấu dương.

Câu 85. (Đề HSG Toán 7_huyện_Quốc Oai_2016-2017).

Tính giá trị của đa thức $P=x^3+x^2y-2x^2-xy-y^2+3y+x+2017$ với $x+y=2.$

Lời giải

$P=x^3+x^2y-2x^2-xy-y^2+3y+x+2017$

$=x^2(x+y)-2x^2-y(x+y)+3y+x+2017$

$=2x^2-2x^2-2y+3y+x+2017=x+y+2017=2019$

Vậy với $x+y=2$ thì $P=2019$.

Câu 86. (Đề HSG Lâm Thao 1016-2017).

Cho đa thức $A=2x.(x-3)-x(x-7)-5(x-403)$

a) Tính giá trị của A khi $x=4$;

b) Tìm x để $A=2015$.

Lời giải

Ta có $A=2x^2-6x-x^2+7x-5x+2015=x^2-4x+2015$

a) Với $x=4$ ta được $A=2015$

b) $A=2015\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow x(x-4)=0\Rightarrow\left|\begin{array}{l}x=0\\x-4=0\end{array}\right.\Rightarrow\left|\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Câu 87. (Đề thi HSG 7 huyện Sông Lô 20.. -20…)

Tính giá trị của biểu thức:

$N=xy^2z^3+x^2y^3z^4+x^3y^4z^5+...+x^{2014}y^{2015}z^{2016}$ tại: $x=-1;\ y=-1;\ z=-1$.

Lời giải

Ta có : $N=xy^2z^3+x^2y^3z^4+x^3y^4z^5+...+x^{2014}y^{2015}z^{2016}$

Thay $y=-1;\ z=-1$ ta được:

$N=-xyz-x^2y^2z^2-x^3y^3z^3-...-x^{2014}y^{2014}z^{2014}$

$=-(xyz)-(xyz)^2-(xyz)^3-...-(xyz)^{2014}$.

Thay $xyz=-1$ được:

$N=1-1+1-1+...+1-1=0$

Vậy $N=0$.

Câu 88. (Đề thi HSG 7 huyện VĨNH LỘC)

a) Cho biểu thức : $M=a+2ab-b$. Tính giá trị của M với $|a|=1,5$; b = - 0,75.

b) Xác định dấu của c, biết rằng $2a^3bc$ trái dấu với $-3a^5b^3c^2$.

Lời giải

a) Ta có: $|a|=1,5\Rightarrow a=1,5$ hoặc $a=-1,5$

Với a = 1,5 và b = -0,75 thì $M=a+2ab-b$ = 1,5 + 2.1,5.(- 0,75) = 0

Với a = - 1,5 và b = - 0,75 thì $M=a+2ab-b=\dfrac{3}{2}$

b) Do $2a^3bc$ và $-3a^5b^3c^2$ trái dấu nên : $a\neq 0;b\neq 0;c\neq 0$

$2a^3bc.(-3a^5b^3c^2)<0$.

$\Leftrightarrow -6a^8b^4c^3<0\Leftrightarrow a^8b^4c^3>0$

$\Leftrightarrow c^3 > 0 \Leftrightarrow c > 0$ (vì $a^8b^4 > 0$ với mọi $a \neq 0; b \neq 0$)

Vậy c > 0 tức là mang dấu dương.

Câu 89. (Đề thi HSG 7 huyện SƠN DƯƠNG 2015-2016)

Cho biết xyz=1. Tính giá trị A = $\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{xz+z+1}$

Lời giải

$\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{xz+z+1}=\frac{xz}{xyz+xz+z}+\frac{xyz}{xyz^2+xyz+xz}+\frac{z}{xz+z+1}$ =

$\frac{xz}{1+xz+z}+\frac{xyz}{z+1+xz}+\frac{z}{xz+z+1}=\frac{xyz+xz+1}{xyz+xz+1}=1.$

Câu 90. (Đề thi HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2017-2018)

a)Tính giá trị biểu thức A = $\left(2\frac{1}{3}+3,5\right):\left(-4\frac{1}{6}+3\frac{1}{7}\right)+7,5$

b) Rút gọn biểu thức: B = $\frac{2.8^4.27^2+4.6^9}{2^7.6^7+2^7.40.9^4}$

Lời giải

a) A = $\left(2\frac{1}{3}+3,5\right):\left(-4\frac{1}{6}+3\frac{1}{7}\right)+7,5=\left(\frac{7}{3}+\frac{7}{2}\right):\left(\frac{-25}{6}+\frac{22}{7}\right)+\frac{15}{2}=\frac{35}{6}:\frac{-43}{42}+\frac{15}{2}$

$=\frac{-245}{43}+\frac{15}{2}=\frac{-490}{86}+\frac{645}{86}=\frac{155}{86}$

b) B = $\frac{2\times8^4\times27^2+4\times6^9}{2^7\times6^7+2^7\times40\times9^4}=\frac{2^{13}\times3^6+2^{11}\times3^9}{2^{14}\times3^7+2^{10}\times3^8\times5}=\frac{2^{11}\times3^6\times\left(2^2+3^3\right)}{2^{10}\times3^7\times\left(2^4+3\times5\right)}=\frac{2}{3}$

Câu 91. (Đề thi HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2017-2018)

Tìm đa thức M biết rằng: $M+\left(5x^2-2xy\right)=6x^2+9xy-y^2.$

Lời giải

$M+\left(5x^2-2xy\right)=6x^2+9xy-y^2\Rightarrow M=6x^2+9xy-y^2-\left(5x^2-2xy\right)$

$\Rightarrow M=6x^2+9xy-y^2-5x^2+2xy=x^2+11xy-y^2$

Ta có $\left(2x-5\right)^{2012}+\left(3y+4\right)^{2014}\le0$

Ta có : $\begin{cases}\left(2x-5\right)^{2012}\ge0\\\left(3y+4\right)^{2014}\ge0\end{cases}\Rightarrow\left(2x-5\right)^{2012}+\left(3y+4\right)^{2014}\ge0$

Mà $\left(2x-5\right)^{2012}+\left(3y+4\right)^{2014}\le0$ => $\left(2x-5\right)^{2012}+\left(3y+4\right)^{2014}=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2012}=0 \\ (3y+4)^{2014}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2\frac{1}{2} \\ y=-1\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy M = $\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11\times\frac{5}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{-4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4}-\frac{110}{3}-\frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$

Câu 92. (Đề thi HSG 7 huyện TIỀN HẢI 2018)

Chứng minh rằng ba đơn thức $-\frac{1}{2}x^3y^4; -x^4y^3; 2xy$ không thể cùng có giá trị âm.

Lời giải

Giả sử cả 3 đơn thức cùng có giá trị âm

$\Rightarrow$ tích của 3 đơn thức có giá trị âm (1)

Mặt khác: $\left(-\frac{1}{2}x^3y^4\right)\left(-x^4y^3\right)\left(2xy\right)=\left(-\frac{1}{2}\right).(-1).2.\left(x^3.x^4.x\right)\left(y^4.y^3.y\right)=x^8y^8$

Vì $x^8y^8 \geq 0 \ \forall x; y$ nên $\left(-\frac{1}{2}x^3y^4\right)\left(-x^4y^3\right).\left(2xy\right) \geq 0 \ \forall x; y$ (2)

Ta thấy (1) mâu thuẫn với (2) $\Rightarrow$ điều giả sử sai.

Vậy ba đơn thức $-\frac{1}{2}x^3y^4; -x^4y^3; 2xy$ không thể cùng có giá trị âm

Câu 93. (Đề thi HSG 7 cấp trường 2019-2020)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P=(2x-5y)^2-(15y-6x)^2-|xy-90|$.

Lời giải

Ta có $P=(2x-5y)^2-(15y-6x)^2-|xy-90|$

$=(2x-5y)^2-(6x-15y)^2-|xy-90|$

$=(2x-5y)^2-9.(2x-5y)^2-|xy-90|$

$=-\left[8.(2x-5y)^2+|xy-90|\right]$

Ta thấy $(2x-5y)^2 \geq 0$ với mọi x, y nên $8.(2x-5y)^2 \geq 0$ với mọi x, y

$|xy-90| \geq 0$ với mọi x, y

Khi đó $8.(2x-5y)^2+|xy-90| \geq 0$ với mọi x, y

Suy ra $-\left[8.(2x-5y)^2+|xy-90|\right] \leq 0$ với mọi x, y

Hay $P \leq 0$ với mọi x, y

Dấu "=" xảy ra khi $(2x-5y)^2=0$ và $|xy-90|=0$

+ Với $(2x-5y)^2=0$ thì $2x=5y\Rightarrow\frac{x}{5}=\frac{y}{2}$

+ Với $|xy-90|=0$ thì $xy=90$

Đặt $\frac{x}{5}=\frac{y}{2}=k$ ta được $x=5k$; và $y=2k$

Mà $xy=90$ nên $5k.2k=90$

Tìm được $k=3$ hoặc $k=-3$

+ Nếu $k=3$ thì $x=15;y=6$

+ Nếu $k=-3$ thì $x=-15;y=-6$

Kết luận : Vậy giá trị lớn nhất của P là 0 khi và chỉ khi $x=15;y=6$ hoặc $x=-15;y=-6$

Câu 94. (Đề thi HSG 7 Kim Thành 2016-2017)

Cho $|x-2|+|y-1|+(x+y-z-2)^{2016}=0$. Tính giá trị của : $A=5x^2y^{2016}z^{2017}$

Lời giải

Vì $|x-2|\ge 0$ với $\forall x;|y-1|\ge 0$ với $\forall x;(x+y-z-2)^{2016}\ge 0$ với $\forall x,y,z$

Do đó $|x-2|+|y-1|+(x+y-z-2)^{2016}=0$ khi

$$\begin{cases}|x-2|=0\\|y-1|=0\\(x+y-z-2)^{2016}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-2=0\\y-1=0\\x+y-z-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\\z=1\end{cases}$$

Do đó $A=5.2^2.1^{2016}.1^{2017}=5.4.1.1=20$

Vậy $A=20$

Câu 95. (Đề thi HSG 7 Kinh Môn 2017-2018)

Tính giá trị của biểu thức : $A=2x^2-3x+5$ với $|x|=\frac{1}{2}$

Lời giải

Vì $|x|=\frac{1}{2}$ nên $x=\frac{1}{2}$ hoặc $x=-\frac{1}{2}$

* Với $x=\frac{1}{2}$ thì $A=2.\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\frac{1}{2}+5=4$

*Với $x=-\frac{1}{2}$ thì $A=2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(-\frac{1}{2}\right)+5=7$

Vậy $A=4$ với $x=\frac{1}{2}$ và $A=7$ với $x=-\frac{1}{2}$

Câu 96. (Đề thi HSG 7 Kinh Môn 2017-2018)

Cho ba số a, b, c khác 0 thỏa mãn điều kiện: $\frac{3a+b+c}{a}=\frac{a+3b+c}{b}=\frac{a+b+3c}{c}$

Tính giá trị biểu thức $P=\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}$

Lời giải

Theo bài ra:

$\frac{3a+b+c}{a}=\frac{a+3b+c}{b}=\frac{a+b+3c}{c}$ (1) với a,b,c khác 0

$\Rightarrow \frac{3a+b+c}{a}-2=\frac{a+3b+c}{b}-2=\frac{a+b+3c}{c}-2$

$\Rightarrow \frac{3a+b+c-2a}{a}=\frac{a+3b+c-2b}{b}=\frac{a+b+3c-2c}{c}$

$\Rightarrow \frac{a+b+c}{a}=\frac{a+b+c}{b}=\frac{a+b+c}{c}$ (2)

+ Nếu $a+b+c\neq 0$ thì từ (2) ta có $a=b=c$

Khi đó P = $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=\frac{2c}{c}+\frac{2a}{a}+\frac{2b}{b}=2+2+2=6$

+ Nếu $a+b+c=0$ thì $a+b=-c;b+c=-a;c+a=-b$

Khi đó $P=\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}=-1-1-1=-3$

Câu 97. (Đề thi HSG 7 Nga Sơn)

Cho 3 số $x<y<z$ thoả mãn $x+y+z=51$. Biết rằng 3 tổng của 2 hai trong 3 số tỉ lệ với $9,12,13$. Tìm x,y,z.

Lời giải

Theo đề bài $x<y<z$ Suy ra: $x+y<x+z<y+z$

Do 3 tổng của 2 trong ba số tỉ lệ với 9, 12, 13 mà: 9 < 12 <13 với

$x<y<z$ thì chỉ có $x+y<x+z<y+z$.

Từ đó suy ra: $(x+y):(x+z):(y+z)=9:12:13$

Hay: $\frac{x+y}{9}=\frac{x+z}{12}=\frac{y+z}{13}$. áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x+y}{9}=\frac{x+z}{12}=\frac{y+z}{13}=\frac{x+y+x+z+y+z}{9+12+13}=\frac{2(x+y+z)}{34}=\frac{2.51}{34}=3$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{9}=3;\ \frac{x+z}{12}=3;\ \frac{y+z}{13}=3$$

$$\Rightarrow x+y=27; x+z=36; y+z=39$$

$$\Rightarrow z=51-27=24;\ y=51-36=15;\ z=51-39=12$$

Vậy $x=12;\ y=15;\ z=24$

Câu 98. (Đề thi HSG 7 huyện Thanh Oai - 1)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau: $A=\frac{|x|+1996}{-1997}$.

Lời giải

$A<0$ với mọi giá trị của x nên A đạt giá trị lớn nhất khi $|A|$ đạt giá trị nhỏ nhất

$$|A|=\left|\frac{|x|+1996}{-1997}\right|=\frac{|x|+1996}{1997}$$

$|x|\geq 0 \forall x$ nên $|x|+1996\geq 1996$

Vậy $|A|$ nhỏ nhất bằng $\frac{1996}{1997}$ khi $x=0$

Suy ra GTLN của $A=\frac{1996}{-1997}=\frac{-1996}{1997}$ khi $x=0$

Câu 99. (Đề thi HSG 7 huyện Thanh Oai - 2)

Tìm số nguyên x để A có giá trị là một số nguyên biết $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}\ (x\geq 0)$.

Lời giải

Ta có: $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=1+\frac{4}{\sqrt{x}-3}$

$$A\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{4}{\sqrt{x}-3}\in Z\Leftrightarrow\sqrt{x}-3\in U(4)=\{\pm1;\pm2;\pm4\}$$

Lập bảng:

$\sqrt{x}-3$	-4	-2	-1	1	2	4
x	/	1	4	16	25	49

Vậy: $x \in \{1;4;16;25;49\}$

Câu 100.(Đề thi HSG 7 huyện Chí Linh 2016-2017)

Cho a,b,c,d là các số nguyên dương thỏa mãn $a+b=c+d=25$.Tìm giá trị lớn nhất của $M=\frac{c}{b}+\frac{d}{a}$.

Lời giải

Vì $a+b=c+d=25$ nên $1\le a,b,c,d\le 24$

Nếu cả hai phân số $\frac{c}{b}$ và $\frac{d}{a}$ đều lớn hơn 1 thì $c+d>a+b$. Trái giả thiết.

Vậy có một phân số không vượt quá 1.

Không mất tính tổng quát giả sử $\frac{c}{b}\le 1$

Nếu $d\le 23$ thì $\frac{d}{a}\le 23$ (vì $a\ge 1$) $\Rightarrow M=\frac{c}{b}+\frac{d}{a}\le 1+23=24\ (1)$

Nếu $d=24$ thì $c=1\ \Rightarrow M=\frac{1}{b}+\frac{24}{a}$

- Nếu $a>1$ thì $\Rightarrow M\le 1+\frac{24}{2}=13\ (2)$

- Nếu $a=1$ thì $b=24\ \Rightarrow M\le \frac{1}{24}+\frac{24}{1}=\frac{577}{24}\ (3)$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\text{Max}(M)=\frac{577}{24}$

Dấu "=" xảy ra khi $a=c=1;\ b=d=24$

hoặc $a=c=24;\ b=d=1$.